Alguns comentaris de l'examen.

Exercici I.1
Observeu que si voleu fer $|b| \leq 3$ és equivalent a

$$-3 \leq b \leq 3$$

teniu que $b = \frac{1}{x^2-4}$ i en resoldre les dues desigualtats cal multiplicar per $x^2 - 4$, recordeu que quan feu això cal separar dues situacions quan $x^2 - 4 > 0$ on la desigualtat no canvia i el cas que $x^2 - 4 < 0$ on llavors la desigualtat canviarà!!!(multipliqueu per un nombre negatiu!!!).

Exercici I.2 (És l'exercici que ha anat millor en aquest exàmen).

Exercici II.1. Es pot provar que la successió és creient per tot $a > 0$ i més petit o igual a $4,5$. I es pot demostrar que és decreixent per a tot $a \geq 4.5$. En ambdues situacions es pot comprovar que són successions monòtones i acotades i van al límit que pren el valor 4.5. Per tant sempre es mant estable al llarg dels anys la poblaci de bacteris sigui quin sigui el valor inicial que posem.

Exercici II.2.i.a. Useu criteri numero e per donar-vos el limit $e^{14/5}$.

Exercici II.2.i.b. Useu 2on criteri Stolz 2, per adonar-vos que el limit és $+\infty$.

Exercici II.2.i.c. Idea: Useu el criteri del quocient per a sèries per veure que la sèrie divergeix. Però un no t dir res del límit dels termes de la sèrie, però la idea és la correcta!. Calculeu el limit de la successió $\frac{n^n(n!)}{(2n)!}$ que el seu límit és l'invers de la successió que nosaltres volem calcular. Aplicant la mateixa idea d'abans obtenim que pel criteri del quocient per a sèries que la sèrie $\sum \frac{n^n(n!)}{(2n)!}$ és convergent (ara el límit que calculeu dona $e/4 < 1$) i per tant $\lim \frac{n^n(n!)}{(2n)!} = 0$ i per tant el límit a calcular és l'invers d'aquest i com és de termes positius la nostra successió obtenim que el límit és doncs $+\infty$.

Exercici II.2.ii Useu el criteri de l'arrel per a successions. El límit que heu de calcular $c_n = a_{n+1}/a_n$ no és directe i per a calcular aquest límit de la successió c_n useu el criteri 2on de Stolz per a calcular $\lim c_n$. El resultat dona 1.

Exercici II.3.a) Useu el criteri del quocient per a sèries.
Exercici II.3.b) Useu el criteri de Leibnitz.
Exercici II.3.c) Veieu que la sèrie és $\leq \sum \frac{log(n^{2004})}{n^2}$ i aquesta última sèrie estudieu-la pel criteri de condensació de Cauchy (i la sèrie que us surt useu el criteri del quocient) per obtenir que és convergent, i per tant com la que volem estudiar és més petita, obtenim que també és convergent.

Exercici III.1. Apliqueu la formula de les arrels 5-essimes pel nombre complex $1/2^5$.

Exercici III.2 Adoneu-vos que el polinomi $p(x)$ que us surt compleix

$$p(x)(2x-1) = 32x^5 - 1$$

i per tant les arrels de $p(x)$ són les arrels calculades a l'exercici III.1 treient l'arrel del polinomi $2x-1$, s a dir treient l'arrel $1/2$.

Exercici III.3 Adoneu-vos que aquest polinomi s el polinomi $p(x)$ de l'exercici III.2 dividit per $2^4 = 16$. Com tenim les arrels calculades en l'apartat Exercici III.2 la factoritzacio a $\mathbb{C}[X]$ i a $\mathbb{R}[x]$ és immediata.