

Àlgebra lineal (Mètodes Matemàtics I)

Enginyeria Química

Curs 2002/03

Prova parcial.(11-11-2002)

I. Propietats bàsiques dels nombres.

1. Quins elements son $\{x \in \mathbb{R} \text{ tal que } |(x-2)|(x+2)| \leq 3\}$?(1 punt)
2. Sigui $z_1 = \sqrt{2}e^{i\pi/2}$ i $z_2 = -\sqrt{3} - i$. Escriu z_2 en forma polar i calculeu $z_1^{101}z_2^{-1}$.(1 punt)

II. Propietats dels nombres reals.

1. Sigui x_n la successió recurrent definida per $x_0 = 1$ i

$$3x_{n+1} = \frac{1}{7} + x_n^2.$$

- i. Demostreu que és monòtona.(1 punt)
- ii. Estudieu si té límit i en cas afirmatiu (tot justificant-ho) calculeu-lo.(1 punt)

2. Calculeu els següents límits (justificant la resposta),

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\sqrt[3]{\frac{n^2 - 3n + 6}{n^2 - 4n + 1}} \right)^{\frac{n^2+5}{n+2}}$ (1 punt)

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(1^4) + \log(2^4) + \dots + \log(n^4)}{n \log(n^4)}$ (1 punt)

c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{\ln(n^2)}$ (0.5 punts)

d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{((2n)! + 1)^{(2n)!} \sqrt[n^{1+n}]{n! + n}}{((2n)!)^{(2n)!}}$ (0.5 punts)

3. Estudieu la convergència per a les sèries següents, tot justificant la resposta:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n+2)!}$ b) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^{1/n}}{\ln((4n)^{2002})}$ c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{n^n(n!)}$

a)=b)=c)=(0.5 punts).

III. Factorització de polinomis.

1. Resolt a \mathbb{C} la següent igualtat $(-\sqrt{3}-i)e^z = e^{\pi i} + i$ on $z \in \mathbb{C}$.(0.5 punts)
2. Troba les arrels a \mathbb{C} del polinomi: $z^5 - 4z$.(0.5 punts)
3. Factoritza a $\mathbb{C}[z]$ i a $\mathbb{R}[z]$ el polinomi $2z^5 - 8z$.(0.5 punts)