Libro blanco de la topología en España

Editado por : Red Española de Topología (RET)

Coordinado por: Manuel Castellet, Luis Javier Hernández y Joan Porti

Diciembre de 2004

Índice

0. Presentación

Con la publicación de este libro, los miembros de la Red Española de Topología (RET) pretenden ofrecer a la comunidad científica una visión objetiva del estado actual de la investigación en topología en España.

El libro está estructurado en los siguientes 6 grandes capítulos:

- Los orígenes de la RET
- Investigación
- Formación
- Actividades
- Datos bibliométricos
- La investigación de la topología en España a finales del siglo XX.

Cada uno de ellos, además de la información propia del tema, contiene los criterios seguidos para su elaboración y las fuentes de información utilizadas, así como los principales colaboradores en suministrar dicha información.

Puesto que el trabajo para la redacción de este libro se inició a principios del año 2004, la información que se incluye se refiere a períodos —distintos según los capítulos— que abarcan hasta diciembre de 2003. En concreto, el capítulo 2 abarca el período 2001-2003, mientras que los capítulos 3, 4 y 5 los años 1994 a 2003.

El equipo de redacción está constituido por Manuel Castellet —que en la RET consta como investigador principal—, Luis Javier Hernández y Joan Porti. Ellos asumen la responsabilidad de los posibles errores, inexactitudes u omisiones —involuntarios desde luego, aunque inevitables en función de los medios disponibles— y piden disculpas por ellos. Cualquier información adicional que nos sea suministrada será procesada y dará lugar, si cabe, a una modificación en la versión electrónica de este libro.

La elaboración de este *Libro blanco de la Topología en España* ha sido financiada por el Ministerio de Ciencia y Tecnología en el año 2003 y por el Ministerio de Educación y Ciencia en 2004, en el marco de una red temática. Su realización no habría sido posible sin la colaboración de los miembros de la RET, en particular de aquellos que constan como coordinadores, en su condición de organizadores de los Encuentros de Topología que se vienen celebrando ininterrumpidamente desde el año 1991, de los investigadores principales de proyectos de investigación y de los autores de los artículos del capítulo 6. A todos ellos, nuestro agradecimiento.

1. Los orígenes de la RET

Los primeros escarceos

La topología es una rama de las Matemáticas de introducción relativamente reciente en España, a pesar de que en Europa se estudiaba ya intensamente desde el siglo XIX y en los Estados Unidos desde los inicios del siglo XX.

Los primeros cursos de doctorado de esta disciplina se remontan al primer tercio de los años sesenta, de la mano de Antonio Plans en Zaragoza, Francisco Botella junto con Enrique Outerelo, en Madrid y Josep Teixidor en Barcelona, quienes a mediados de los años sesenta incorporaron la topología como asignatura optativa en los planes de estudio. En Zaragoza es también impulsada por la acción de José Luis Viviente, que había realizado estudios en París con Henry Cartan.

Sin embargo, no es hasta el primer tercio de los años setenta, ahora hace treinta años, en el que se inician verdaderas escuelas de topología, en dos de sus distintas especialidades, de la mano de José María Montesinos y de María Teresa Lozano (Universidad de Zaragoza) y de Manuel Castellet (Universitat Autònoma de Barcelona). Montesinos realizó estudios de postdoctorado en Princeton y Lozano en Madison, especializándose en topología de bajas dimensiones, y Castellet realizó la tesis doctoral en Zürich, dirigido por Beno Eckmann, especializándose en topología algebraica. Independientemente, Antonio Plans, introducido por H. Seifert en la teoría de nudos, inició un grupo en Zaragoza con Elena Martín Peinador.

La consolidación en todo el territorio

Entre 1975 y 1990 se consolidan los dos grupos mencionados, con la elaboración de numerosas tesis doctorales y estancias postdoctorales en el extranjero (María Teresa Lozano, Jaume Aguadé, Carles Broto, Carles Casacuberta) y se forman nuevos grupos, entonces emergentes, que cubren otras especialidades de la topología, en Santiago de Compostela (Xosé Masa, Antonio Gómez Tato, Enrique Macías), Málaga (Francisco Gómez Ruiz, Aniceto Murillo), Granada (Antonio Martínez Cegarra, Pilar Carrasco, Antonio Rodríguez Garzón), Madrid (Emilio Bujalance, Antonio Costa, Manuel Alonso Morón, José Manuel Rodríguez Sanjurjo, Juan Tarrés), La Rioja (Luis Javier Hernández Paricio, Luis Español, María Teresa Rivas), País Vasco (María Ángeles de Prada, Marta Macho Stadler), Sevilla (Rafael Ayala, Antonio Quintero), La Laguna (Sergio Rodríguez Machín, Antonio Vidal), etc.

Paralelamente, algunos de los grupos iniciales se expanden a otras universidades españolas, como es el caso de la topología algebraica en Málaga, Granada y Almería, o de los grupos topológicos en Pamplona.

Actualmente, la comunidad de profesores e investigadores españoles en las diversas especialidades de la topología cuenta con una población de alrededor de un centenar de doctores, de los cuales están activos en investigación unos sesenta o setenta. Algunos de ellos se cuentan entre los más destacados investigadores de su especialidad y son invitados con frecuencia a impartir conferencias plenarias en congresos y a participar en otras actividades científicas.

Los Encuentros de Topología

Hasta hace diez o doce años, los diferentes grupos españoles de investigación en topología tenían escaso contacto entre ellos. Las conexiones de cada grupo se dirigían esencialmente hacia centros extranjeros donde algunos de los miembros se habían formado y la interacción entre los topólogos españoles era casi nula.

Hubo algunos intentos de contactos entre los diferentes grupos, concretamente en los años 1985 en Logroño, 1986 en Zaragoza, 1987 en Jaca y 1988 en Bilbao, se celebraron encuentros de grupos de investigación en topología organizados, respectivamente, por Luis Español, Eladio Domínguez, Luis Javier Hernández y María Ángeles de Prada. Lamentablemente estas reuniones no tuvieron ni la participación ni la continuidad esperada.

Para paliar esta situación, por iniciativa de Jaume Aguadé (investigador principal del grupo de topología algebraica de Barcelona), la Universitat Autònoma de Barcelona organizó en diciembre de 1993 el *Primer Encuentro de Topología*. El objetivo de ese certamen era no solamente exponer resultados de investigación recientes, sino crear las condiciones necesarias para una buena comunicación. Posiblemente sea la topología la primera rama de las Matemáticas en la que se organizaron reuniones periódicas (anuales) de ámbito estatal que engloban a todos sus investigadores.

Los inicios no fueron fáciles, pero la continuidad en la organización de los *Encuentros de Topología* fue poco a poco dando sus frutos. Con una participación activa de entre 50 y 70 participantes, según las ediciones, se ha ido creando, *de facto*, una red temática que agrupa a todos aquellos topólogos españoles que quieren integrarse en ella.

Relacionamos a continuación los 11 *Encuentros de Topología* que se han celebrado hasta la fecha, indicando año, lugar de celebración, organizadores principales y universidad organizadora:

1993	Bellaterra	Jaume Aguadé	UAB
1994	Ávila	Emilio Bujalance	UNED
1995	Fuengirola	Francisco Gómez Ruiz	U. Málaga
1996	Logroño	Ignacio Extremiana	U. La Rioja
1997	Santiago de Compostela	Antonio Gómez Tato	U. Santiago
1999	Palma de Mallorca	Manuel Castellet	CRM
		Aniceto Murillo	U. Málaga
2000	El Escorial	José M. Rodríguez Sanjurjo	UCM
2001	Pamplona	María Jesús Chasco	U. Pamplona
2002	Jaca	María Teresa Lozano	U. Zaragoza
		José Luis Navarro	U. Zaragoza
2003	Bilbao	Marta Macho Stadler	UPV-EHU
2004	Barcelona	Carles Casacuberta	UB

La *Red Española de Topología* (RET)

A finales del año 2002, por iniciativa de Marta Macho Stadler, se consideró conveniente presentar al Ministerio de Ciencia y Tecnología una solicitud de red temática que permitiera consolidar las colaboraciones ya existentes y estimular el intercambio y la transferencia de conocimientos entre los diferentes grupos de investigación españoles en topología, a fin de fomentar la cooperación entre ellos para propiciar la creación de redes de excelencia y mejorar la coordinación entre las diferentes estructuras científicas utilizadas.

Con la aprobación de esta solicitud, se formalizó la creación de la *Red Española de Topología (RET)*, en la que constan como investigador principal Manuel Castellet y como coordinadores los organizadores de los *Encuentros de Topología.*

Líneas de investigación

Contenido, criterios y fuentes de información

Este capítulo contiene información sobre los proyectos de investigación financiados por el Ministerio de Ciencia y Tecnología, aprobados en los años 2001, 2002 y 2003. Éstos han sido considerados los proyectos vigentes a inicios del año 2004. No se han incluido proyectos anteriores o posteriores, que no estuvieran vigentes en esta fecha, ni aquellos financiados únicamente por las comunidades autónomas o las universidades.

Puesto que no es obvio determinar qué proyectos de investigación deben ser considerados de topología y cuáles no, nos hemos remitido a la opinión de los propios investigadores principales, que han asignado a cada línea de investigación el porcentaje que ellos consideran que corresponde a la topología.

A cada investigador principal se le ha solicitado información sobre un máximo de 2 líneas de investigación que contenga la descripción de la línea, bibliografía básica, problemas abiertos, miembros del equipo, principales publicaciones y conexión con otros grupos destacados.

El material que se incluye ha sido facilitado textualmente por los propios investigadores principales.

Al final del libro se incluye una relación de investigadores en topología en España o que, estando en el extranjero, forman parte activa de un equipo de investigación español. Salvo error u omisión se han incluido todos aquellos investigadores que trabajan en los proyectos mencionados anteriormente, más todos los participantes a algún Encuentro de Topología que sigan activos en la carrera investigadora y o bien posean el título de doctor o estén trabajando ya en un tema de tesis doctoral.

Investigador principal del proyecto:
Fernando Alcalde Cuesta

Título del proyecto:
Dinámica topológica, teoría ergódica y geometría no conmutativa de laminaciones y sistemas dinámicos I

Institución:
Universidad de Santiago de Compostela

Línea de investigación 1

Laminaciones definidas por grafos y mosaicos

Palabras clave:
Laminación, sistema dinámico, C-álgebra, grafo, mosaico*

2000 Math. Subject Class.:
37C85, 37B10, 57R30

Descripción:

Un mosaico del plano es una descomposición en polígonos, llamados teselas, obtenidos por traslación a partir de un número finito de teselas modelo. Dos mosaicos son próximos si podemos hacerlos coincidir en una gran bola centrada en el origen mediante pequeñas traslaciones. La traslación del origen a cualquier otro punto del plano define una laminación. La clausura de un mosaico repetitivo (i.e. cualquier motivo posee una copia por traslación contenida en cualquier bola de radio uniformemente acotado) es un cerrado saturado minimal. Si el mosaico es aperiódico (i.e. no coincide con ninguno de sus trasladados), la laminación inducida tiene holonomía trivial. El interés por este tipo de mosaicos surge de su aplicación en problemas computacionales, pero no acaba ahí. Según observa Connes en el caso del mosaico de Penrose, el espacio de hojas de una laminación definida por un mosaico repetitivo y aperiódico define un espacio no conmutativo de gran interés, aunque su topología sea trivial. La elección de un punto distinguido en cada tesela modelo determina un conjunto de Delone en cada mosaico. Aquéllos cuyo conjunto de Delone contiene al origen forman una transversal completa, homeomorfa al conjunto de Cantor. La relación de equivalencia inducida contiene toda la información dinámica. Las reglas de contigüidad permiten realizar cada clase de equivalencia como conjunto de vértices de un grafo que conserva la información métrica a gran escala. El interés físico de los mosaicos radica precisamente en estas discretizaciones, ya que proporcionan patrones de difracción de ciertos sólidos casi-cristalinos. De hecho, las versiones tridimensionales describen con exactitud las redes casi-cristalinas. Este proceso simplifica la visión y el estudio de las laminaciones definidas por mosaicos, englobándolas en una categoría más amplia de espacios foliados definidos por grafos.

Bibliografía básica:

- Connes, *Noncommutative geometry*, Academic Press, 1994.
- E. Ghys, Laminations par surfaces de Riemann, Panoramas & Synthèses, **8** (1999), 49-95.
- J. Kellendonk and I. F. Putnam, *Tilings, C*algebras and K-theory*, in *Directions in mathematical quasicrystals*, CRM Monogr. Ser. 13, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2000, 177-206.

Investigador principal:
Fernando Alcalde

Dirección electrónica:
alcalde@zmat.usc.es

Investigadores implicados:
- Jesús A. Álvarez López
- Álvaro Lozano Rojo
- Marta Macho Stadler
- Xosé M. Masa Vázquez
- María Pérez Fernández de Córdoba

Grupos más destacados en el mundo: investigador e institución:
- F. Putnam (U. Victoria, Canadá)
- E. Ghys (ENS Lyon, Francia)

Conexión con estos grupos (u otros):
- G. Hector (UCB-Lyon 1, Francia)
- E. Ghys (ENS Lyon, Francia)

Problemas abiertos:
El estudio de las laminaciones definidas por grafos, ya sea desde el punto de vista de la dinámica topológica, la teoría ergódica o la geometría no commutativa constituye un campo abierto de investigación.
A partir de un árbol particular, construido por Kenyon, Ghys ha descrito un ejemplo de laminación minimal por superficies de Riemann con todas las hojas de tipo conforme parabólico, salvo una hoja de tipo hiperbólico. En su construcción, cabe distinguir dos etapas distintas, la construcción de un espacio foliado por árboles y su sustitución por una laminación por superficies de Riemann, válidas para cualquier subgrafo repetitivo y aperiódico del grafo de Cayley de un grupo de tipo finito. En la primera etapa, como para los mosaicos, se dota al espacio de los subgrafos infinitos enraizados en el elemento neutro de la topología de Gromov-Hausdorff y se define la foliación mediante la acción del grupo. Usando una misma regla local, idéntica a la empleada por Kenyon, se puede describir un proceso de construcción de árboles repetitivos y aperiódicos a partir de sucesiones de cuatro símbolos. Se recuperan todas las hojas del espacio foliado de Ghys, salvo la hoja especial, isomorfa al árbol de Kenyon. Esta codificación reduce la dinámica medible a la de una máquina de sumar binaria.
Este ejemplo es una primera respuesta al problema de la mezcla de tipos conformes propuesto por el propio Ghys. Hay otro ejemplo de Blanc con mezcla efectiva, lo que significa que las hojas parabólicas e hiperbólicas forman conjuntos de masa total respecto de dos medidas distintas. Ahora bien, si se sustituye esta dicotomía por la relativa al movimiento browniano, se ignora si hay mezcla efectiva o no. La comparación con las transformaciones minimales de un conjunto de Cantor y las laminaciones definidas por mosaicos sugiere otra cuestión: la descripción de la dinámica transversa como límite inverso de grafos.
Pese a que algo similar ocurre con los mosaicos de Penrose, la simplicidad del ejemplo de Ghys permite ver con claridad como la repetición de una regla simple, de carácter local, genera orden global y se produce la “mutación” simultánea de las hojas codificadas en una hoja especial, más compleja e incodificable. La verdadera cuestión es entender cuándo y por qué se genera ese orden y esa complejidad.

Publicaciones más destacadas:
- J. A. Alvarez López y A. Candel*, Generic geometry of leaves*, en preparación.
- M. Macho Stadler y Moto O'uchi, *Correspondances of groupoid C*-algebras*, J. Operator Theory, 42 (1999), 103-119.
- F. Alcalde Cuesta y M. A. Bermúdez Carro, *Une remarque sur les relations d'équivalence graphées, munies de mesures harmoniques*, C. R. Acad. Sci. Paris, 332 (2001), 637-640.

- Lozano Rojo, *La dinámica de un ejemplo de espacio foliado*, XI Encuentro de Topología (Barcelona, 2004), póster.
- F. Alcalde Cuesta, A. Lozano Rojo y M. Macho Stadler, *Dynamique et géométrie non commutative de la lamination de Ghys-Kenyon*, en preparación.
- F. Alcalde Cuesta, A. Lozano Rojo y M. Macho Stadler, *Le graphe de Cayley d'un pseudogroupe*, en preparación.

Distribución cuantitativa de la investigación:
- Topología: 40%
- Combinatoria y matemática discreta: 10%
- Análisis matemático: 25%
- Ecuaciones diferenciales y sistemas dinámicos: 25%

Línea de investigación 2

Foliaciones y relaciones de equivalencia mediables

Palabras clave:
Foliación, pseudogrupo, relación de equivalencia, media, recorrido aleatorio

2000 Math. Subject Class.:
43A07, 37A20, 37A50

Descripción:
Las relaciones de equivalencia discretas surgen naturalmente en el estudio de las foliaciones al restringirse a cualquier transversal completa. Si la holonomía (esencial) es trivial, la relación inducida conserva toda la información dinámica (relativa a una medida transversa). Cualquier relación de equivalencia medible y discreta sobre un espacio boreliano estándard, dotado de una medida casi-invariante, viene dada por la acción de un pseudogrupo de transformaciones no singulares de tipo numerable. La eleccción de un sistema de generadores permite realizar cada órbita como conjunto de vértices de un grafo conexo, dotado de una métrica natural. La existencia de una media invariante es una propiedad de naturaleza dinámica, pero casi todos los criterios conocidos imponen restricciones a la estructura métrica de las órbitas. Durante bastante tiempo, se ha pensado que la mediabilidad local (consecuencia del carácter Følner o cerrado en el infinito de las órbitas) garantizaba la mediabilidad global, pero hay varios contraejemplos. Pese a ello, el objetivo sigue siendo restablecer la afirmación de Carrière y Ghys según la cual *"en ciertos casos, la mediabilidad de una foliación es una propiedad métrica de sus hojas"*. Varios resultados apoyan esta idea:

- Los criterios de mediabilidad de Connes-Feldman-Weiss y Kaimanovich, de tipo Følner, pero difícil interpretación.
- La invarianza global de las medias armónicas, invariantes por la difusión del calor, cuando los recorridos aleatorios en casi todas las órbitas son recurrentes o poseen la propiedad de Liouville, un hecho del que se deriva la mayoría de los criterios métricos conocidos.
- La hiperfinitud de las laminaciones parabólicas.

En general, se trata de vincular ciertas propiedades dinámicas de las foliaciones con propiedades métricas de sus hojas.

Bibliografía básica:

- C. Anantharaman-Delaroche and J. Renault, *Amenable groupoids*. With a foreword, G. Skandalis and Appendix B by E. Germain, Monographies de L'Enseignement Mathématique 36, L'Enseignement Mathématique, Genève, 2000.

- Connes A., J. Feldman and B. Weiss, *An amenable equivalence relation is generated by a single transformation*, Ergod. Th. & Dynam. Sys., **1** (1981), 431-450.
- V. A. Kaimanovich, *Amenability, hyperfiniteness, and isoperimetric inequalities*, C. R. Acad. Sc. Paris, **325** (1997), 999-1004.

Investigador principal:
Fernando Alcalde Cuesta

Dirección electrónica:
alcalde@zmat.usc.es

Investigadores implicados:
- Miguel A. Bermúdez Carro
- Gilbert Hector

Grupos más destacados en el mundo: investigador e institución:
- J. Renault (U. Orleans, Francia),
- V. Kaimanovich (U. Rennes 1, Francia)

Conexión con estos grupos (u otros):
- J. Renault (U. Orleans, Francia),
- V. Kaimanovich (U. Rennes 1, Francia)

Problemas abiertos:
Demostración de la siguiente conjetura: una foliación es mediable respecto de una medida transversa casi-invariante si y sólo si casi todas las fibras del grupoide de holonomía tienen la propiedad de Liouville respecto de alguna métrica riemanniana medible.

Publicaciones más destacadas:
- F. Alcalde Cuesta y M. A. Bermúdez Carro, *Une remarque sur les relations d'équivalence graphées, munies de mesures harmoniques,* C. R. Acad. Sci. Paris, **332** (2001), 637-640.
- F. Alcalde Cuesta, *Moyennes harmoniques,* sometido a publicación, 2004.
- M. A. Bermúdez Carro y G. Hector, *Laminations hyperfinies et revêtements*, sometido a publicación. 2004.

Distribución cuantitativa de la investigación:
- Topología: 40%
- Geometría diferencial: 10%
- Análisis matemático: 25%
- Otros (especificar): Teoría de probabilidades y procesos estocásticos: 25%

Investigador principal del proyecto:
Jesús Antonio Álvarez López

Título del proyecto:
Análisis global, geometría y cohomología de foliaciones

Institución:
Universidad de Santiago de Compostela

Línea de investigación 1

Análisis global de foliaciones

Palabras clave:
Ecuación del calor foliada, límites adiabáticos

2000 Math. Subject Class.:
58A14, 58G11, 57R30

Descripción:
Para las denominadas foliaciones riemannianas, se estudia el comportamiento global en la variedad ambiente de problemas analíticos en las hojas. El resultado clave inicial es que el flujo del calor a lo largo de las hojas conserva la diferenciabilidad en la variedad ambiente para tiempo infinito. A partir de ahí se relacionaron los límites adiabáticos con la sucesión espectral y se probó una fórmula de la traza "distribucional" para la cohomología foliada reducida.

Bibliografía básica:
P. Molino, "Riemannian Foliations", Birkhäuser, 1988.

Investigador principal:
Jesús Antonio Álvarez López

Dirección electrónica:
jalvarez@usc.es

Investigadores implicados:
- Fernando Alcalde Cuesta
- Xosé María Masa Vázquez

Grupos más destacados en el mundo: investigador e institución:
- Marcel Nicolau (Universitat Autònoma de Barcelona)
- Aziz El Kacimi (Université de Valenciennes)
- Yuri Kordyukov (Ufa State Aviation Technical University)

Conexión con estos grupos (u otros):
Trabajamos en colaboración con Yuri Kordyukov. Existe interés en este trabajo por grupos que trabajan en geometría aritmética, fórmula de la traza y funciones zeta.

Problemas abiertos:
Extender nuestros resultados a las foliaciones fuertemente inestables de flujos de Anosov.

Publicaciones más destacadas:

- J.A. Álvarez López y Y. Kordyukov, Adiabatic limits and spectral sequences for riemannian foliations, GAFA 10 (2000), 977-1027.
- J.A. Álvarez López y Y. Kordyukov, *Long time behaviour of leafwise heat flow for riemannian foliations*, Compositio Math. 125 (2001), 129-153.
- J.A. Álvarez López y Y. Kordyukov, *Distributional Betti numbers of transitive foliations of codimension one*, Proc. Of Foliations: Geometry and Dynamics, World Scientific, Singapore, 2002, pp. 159-183.

Distribución cuantitativa de la investigación:

- Topología: 40%
- Geometría diferencial: 30%
- Ecuaciones diferenciales y sistemas dinámicos: 30%

Línea de investigación 2

Geometría y cohomología de foliaciones

Palabras clave:
Sucesión espectral de una foliación, ecuación de calor foliada, límite adiabático, fórmula de la traza, geometría de las hojas

2000 Math. Subject Class.:
57R30, 53C12

Descripción:
Por un lado se trata de estudiar ciertas cohomologías asociadas a foliaciones, todas ellas incluidas en la denominada sucesión espectral. Por otra parte se trata de describir la geometría de las hojas “genéricas” de espacios foliados compactos (la compacidad del espacio ambiente determina un tipo de cuasi-isometría en las hojas).

Bibliografía básica:

- Candel y L. Conlon, *Foliations I*, Graduate Studies in Mathematics, vol. 23, Amer. Math. Soc., 2000.
- Candel y L. Conlon, *Foliations II*, Graduate Studies in Mathematics, vol. 60, Amer. Math. Soc., 2003.
- Godbillón, *Feuilletages*, Birkhäuser, 1991.

Investigador principal:
Jesús Antonio Álvarez López

Dirección electrónica:
jalvarez@usc.es

Investigadores implicados:

- Fernando Alcalde Cuesta
- Xosé María Masa Vázquez
-

Grupos más destacados en el mundo: investigador e institución:

- E. Ghys (ENS, Lyon)

- S. Matsumoto (Nihon University, Tokio)

Conexión con estos grupos (u otros):
Colaboramos con G. Hector (Université Claude Bernard de Lyon) y con A. Candel (California State University).

Problemas abiertos:
Describir la geometría de las hojas genéricas.
Determinar los pseudogrupos compactamente generados que se pueden realizar como pseudogrupo de holonomía de un espacio foliado compacto.
Estudiar la sucesión espectral de foliaciones riemannianas singulares.

Publicaciones más destacadas:
- X. Masa, *Duality and minimality in riemannian foliations*, Comment. Math. Helvetici **67** (1992), 17-27.
- J.A. Álvarez López y G. Hector, *The dimension of the leafwise reduced cohomology*, Amer. J. of Math. **123** (2001), 607-646.

Distribución cuantitativa de la investigación:
- Topología: 80%
- Análisis matemático: 20%

Investigador principal del proyecto:
Enrique Artal Bartolo

Título del proyecto:
Invariantes aritméticos y geométricos de singularidades y sus aplicaciones

Institución:
Universidad de Zaragoza

Línea de investigación 1

Topología de variedades algebraicas, configuraciones de hiperplanos y singularidades

Palabras clave:
Grupo fundamental, variedades características, monodromía

2000 Math. Subject Class.:
14H50 14H30 32S22

Descripción:
Las variedades algebraicas son una importante familia de espacios topológicos que están en el origen de conceptos y técnicas de las topologías algebraica, geométrica y diferencial. Un caso interesante es el de las superficies complejas que se estudian por métodos de proyección mediante las curvas proyectivas planas. El principal invariante es la monodromía de trenzas asociado al grupo fundamental. En las configuraciones de hiperplanos convergen conceptos algebraicos, topológicos y combinatorios. Un problema relacionado es el estudio de las curvas de caracteres de un nudo. La relación de las singularidades con la topología proviene fundamentalmente de la fibración de Milnor y de la resolución.

Bibliografía básica:

- E. Brieskorn y H. Knörrer, *Plane algebraic curves*, Birkhäuser Verlag, Basel, 1986, (traducido del alemán por John Stillwell).
- Dimca, *Singularities and topology of hypersurfaces*, Universitext, Springer-Verlag, New York, 1992.
- P. Orlik y H. Terao, *Arrangements of hyperplanes*, Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften, vol. 300, Springer-Verlag, Berlin, 1992.

Investigador principal:
Enrique Artal Bartolo

Dirección electrónica:
artal@unizar.es

Investigadores implicados:
- Jorge Carmona
- Pierrette Cassou-Noguès
- José Ignacio Cogolludo
- Mario Escario
- Javier Fernández de Bobadilla
- María Teresa Lozano

- Ignacio Luengo
- Miguel Ángel Marco
- Alejandro Melle

Grupos más destacados en el mundo: investigador e institución:
- Anatoly Libgober (Universidad de Illinois en Chicago)
- Bernard Teissier (Universidad Paris 7 Denis Diderot)

Conexión con estos grupos (u otros):
Estrecha comunicación con los anteriores y también con los grupos de M. Oka, S.Yu. Orevkov, M. Zaidenberg, A. Dimca, A. Némethi, E. Hironaka, M. Teicher, A. Némethi, W.D Neumann, C.T.C. Wall, S. Gusein-Zade, Lê D.T., A. Campillo, E. Casas, J. Steenbrink, J. Denef.

Problemas abiertos:
Caracterización de la topología de curvas complejas planas y grupo fundamental y combinatoria de configuraciones de hiperplanos. Zariski demostró que la combinatoria de una curva proyectiva plana no determina su topología encajada. El grupo fundamental es el principal invariante. Por una parte, a partir de él se estudian otros más efectivos y de naturaleza algebraica: polinomio de Alexander, variedades características. Por otra, proviene de la monodromía de trenzas, que no está determinada por el álgebra. En las configuraciones de hiperplanos se estudia la relación combinatoria-topología. El anillo de cohomología es un invariante combinatorio (Arnol'd, Brieskorn y Orlik-Solomon-Terao) pero no el grupo fundamental (Rybnikov). Nuestro equipo ha realizado avances en el caso de configuraciones reales complexificadas.
Conjetura μ-constante. Dada una familia de singularidades aisladas complejas de hipersuperficie en las que el número de Milnor permanece constante se plantea el problema de saber si la topología permanece constante. El resultado es cierto para curvas debido a la clasificación completa de estas y también a partir de dimensión 3 (Lê-Ramanujan) gracias a resultados de h-cobordismo. El problema sigue abierto en superficies. Este problema está ligado a la topología en dimensión cuatro y cinco; se conocen respuestas negativas a problemas análogos, como la caracterización mediante formas de Seifert.

Publicaciones más destacadas:
- E. Artal, Forme de Jordan de la monodromie des singularités superisolées de surfaces, Mem. Amer. Math. Soc. 109 (1994), no. 525, x+84.
- E. Artal and H. Tokunaga, *Zariski pairs of index 19 and Mordell-Weil groups of K3 surfaces*, Proc. London Math. Soc. (3) 80 (2000), no. 1, 127-144.
- E. Artal, J. Carmona, J. I. Cogolludo y H. Tokunaga, *Sextics with singular points in special position*, J. Knot Theory Ramifications 10 (2001), no. 4, 547-578.
- J. I. Cogolludo, Topological invariants of the complement to arrangements of rational plane curves, Mem. Amer. Math. Soc. 159 (2002), no. 756, xiv+75.
- E. Artal, J. Carmona y J. I. Cogolludo, *Braid monodromy and topology of plane curves*, Duke Math. J. 118 (2003), no. 2, 261-278.

Distribución cuantitativa de la investigación:
- Topología: 50%
- Combinatoria y matemática discreta: 10%
- Geometría algebraica: 40%

Línea de investigación 2

Curvas de caracteres de nudos y 3-variedades

Palabras clave:
Grupo fundamental, variedades de caracteres, teoría de nudos

2000 Math. Subject Class.:
57M27 57M50 20C15

Descripción:
En las dos últimas décadas se ha estudiado la variedad de caracteres de un nudo que describe las representaciones del grupo del nudo en SL(2,C), ([CS], [GM], [HLM 1, 2, 3, 4,5,7]). En el caso de nudos hiperbólicos, la componente excelente de la variedad de caracteres del nudo, que es una curva algebraica, contiene las representaciones correspondientes a estructuras hiperbólicas en S^3 con singularidad el nudo. Se han encontrado invariantes polinómicos que describen la curva excelente (polinomios periféricos, [HLM6]). Por otra parte una curva algebraica tiene asociada una monodromía de trenzas.
Una curva theta es un encaje del grafo formado por una circunferencia y uno de sus diámetros en la esfera S^3. Su estudio es tan interesante como el estudio de nudos y enlaces. Se estudian invariantes de diversos tipos ([K], [KSWZ]). Su grupo es el grupo fundamental del complemento.

Bibliografía básica:

- [CS] M. Culler y P. Shalen, *Varieties of group representations and splitting of 3-manifolds,* Ann. of Math. **117** (2) (1983), 109- 146.
- [GM] F. Gónzalez-Acuña y J. M. Montesinos, *On the character variety of group representations in SL(2,C) and PSL(2,C)*, Math. Z. **214** (1993), 627-652.
- [K] T. Kanenobu, Vassiliev-type invariants of a theta-curve, JKTH6 (1997) 455-477.
- [KSWZ] L. Kauffman, J. Simon, K. Wolcott y P. Zhao, *Invariants of theta curves and other graphs in 3-space*, Topology Appl. **49,** (1993) ,193-216.

Investigador principal:
María Teresa Lozano

Dirección electrónica:
tlozano@unizar.es

Investigadores implicados:
- José María Montesinos
- Enrique Artal
- José Ignacio Cogolludo
- Miguel Ángel Marco

Grupos más destacados en el mundo: investigador e institución:
- Cameron Gordon (Universidad de Texas en Austin)
- Darren Long (Universidad de California en Santa Barbara)
- H.M. Hilden (Universidad de Hawaii en Manoa)

Conexión con estos grupos (u otros):
Estrecha comunicación con H.M.Hilden y también con los grupos de Hugh Morton y Joan Porti.

Problemas abiertos:
La relación entre las monodromías de trenzas asociadas a las curvas definidas por los polinomios periféricos de un mismo nudo.
Caracterizar, hasta donde sea posible, las curvas algebraicas que son componente excelente de un nudo.
Nos proponemos estudiar también la variedad de caracteres de una curva theta, es decir la descripción de las representaciones del grupo de la curva theta en SL(2,C). Es claro que entre estas representaciones se encuentran las asociadas a estructuras hiperbólicas en S^3 con singularidad en la curva theta.
Nos interesará encontrar métodos de cálculo de dicha variedad, dimensión de sus componentes, simetrías… Estudiar si entre sus componentes existe alguna curva algebraica distinguida, y en ese caso investigar si existe algún invariante polinómico que la describa.

Publicaciones más destacadas:

- [HLM1] H. Hilden, M. T. Lozano y J. M. Montesinos, *The arithmeticity of the figure eight knot orbifolds*, Topology **90** (B.Apanasov, W.Neuman, A.Reid and L.Siebenmann,eds.) De Gruyter 1992, 169-183.
- [HLM2] H. Hilden, M. T. Lozano y J. M. Montesinos, *On the character variety of group representations of a 2-bridge link p/3 into PSL(2,C)*, Bol. Soc. Mat. Mexicana **37** (1992), 241-262.
- [HLM3] H. Hilden, M. T. Lozano y J. M. Montesinos, *On the arithmetic 2-bridge knot and link orbifolds and a new knot invariant*, JKTR **4** (1995), 81-114.
- [HLM4] H. Hilden, M. T. Lozano y J. M. Montesinos, *On the character variety of periodic knots and links*, Math. Proc. Camb. Phil. Soc. **129** (2000), 477-490.
- [HLM5] H. Hilden, M. T. Lozano y J. M. Montesinos, *On the character variety of tunnel number one knots*, J. London Math. Soc. **62** (2) (2000), 938-950.
- [HLM6] H. Hilden, M. T. Lozano y J. M. Montesinos, *Peripheral polynomials of hyperbolic knots,* prepublicación 2003.
- [HLM7] H. Hilden, M. T. Lozano y J. M. Montesinos, Character varieties and peripheral polynomials of a class of knots, JKTR (2003).

Distribución cuantitativa de la investigación:
- Topología: 40%
- Geometría Diferencial: 40%
- Geometría Algebraica: 20%

Investigador principal del proyecto:
Miguel Ángel Barja Yáñez

Título del proyecto:
Geometría y topología de las variedades algebraicas

Institución:
Universitat Politècnica de Catalunya

Línea de investigación 1

Propiedades homotópicas de las variedades simplécticas

Palabras clave:
Variedad simpléctica, estructura cuasiholomorfa, pincel de Lefschetz

2000 Math. Subject Class.:
53D35, 32S30, 14D05

Descripción:
Las variedades simplécticas admiten una estructura cuasicompleja, de hecho cuasi-Kähler, única módulo deformaciones. En el caso de variedades compactas, este análogo no integrable de la estructura de una variedad proyectiva lisa hace que las variedades simplécticas compactas hereden propiedades de las variedades proyectivas complejas, como las abajo detalladas.
La estructura cuasicompleja en una variedad simpléctica también permite definir la cohomología cuántica de una variedad simpléctica. Esto facilita su cálculo incluso en variedades algebraicas, ya que la posibilidad de deformación no integrable de la estructura compleja amplia el espacio de móduli en el que es posible calcular la cohomología cuántica de una variedad dada.
Como resultados fundacionales de este campo destacaremos:

- La existencia de pinceles de Lefschetz y morfismos a CP^2 con singularidades holomorfas genéricas para toda variedad simpléctica compacta (Donaldson 1994, Auroux [A]).
- La canonicidad de estos pinceles y morfismos ‘asintóticamente holomorfos’, que los convierte en invariantes de la variedad simpléctica (Auroux, Auroux y Katzarkov 1998).
- La redemostración del teorema de Taubes sobre la relación entre los invariantes de Gromov-Witten y Seiberg-Witten en una 4-variedad simpléctica compacta, realizando la clase canónica por una superficie simpléctica embebida (Donaldson-Smith).

Bibliografía básica:

- D. Auroux, Symplectic 4-manifolds as branched coverings of CP^2, Invent. Math. **139** (2000), 551-602.
- S. Donaldson y I. Smith, Lefschetz pencils and the canonical class for symplectic 4-manifolds, Topology **42** (2003), 743-785.

Investigador principal:
Jaume Amorós

Dirección electrónica:
jaume.amoros@upc.es

Investigadores implicados:

- Javier Vindel

Grupos más destacados en el mundo: investigador e institución:

- Grupo de S. Donaldson, Imperial College, Londres, Reino Unido.
- Grupo de Gang Tian, Massachussets Institute of Technology, Cambridge, Estados Unidos.

Conexión con estos grupos (u otros):

Somos integrantes del colectivo Gesta, junto con V. Muñoz, F. Presas, I. Sols (CSIC, UAM, UCM respectivamente, Madrid). Mantenemos contacto con D. Auroux y Gang Tian.

Problemas abiertos:

<u>La variedad dual de una variedad simpléctica</u>: esta variedad está asociada al fibrado amplio definido por una variedad simpléctica, tiene propiedades topológicas análogas a las de la variedad dual proyectiva, y se espera también que su complementario en el espacio de secciones simplécticas satisfaga el teorema de las secciones hiperplanas de Lefschetz. Si esto resulta cierto en grados uno y dos, permitirá una simplificación y extensión de los resultados de Auroux, Donaldson, Katzarkov y otros sobre invariantes de variedades simplécticas asociados a pinceles y morfismos cuasiholomorfos.
<u>Flexibilidad del tipo de homotopía de 4-variedades simplécticas</u>: la existencia y unicidad módulo deformación de las estructuras cuasicomplejas y asintóticamente holomorfas en variedades simplécticas llevó en los 90 a conjeturar que el tipo de homotopía de las variedades simplécticas compactas debía satisfacer fuertes restricciones análogas a las de las variedades proyectivas lisas, y que éstas serían consecuencia de la existencia de un complejo de formas armónicas cuasicomplejas, análogo al de las formas armónicas complejas en variedades de Kähler, que serviría también para el estudio analítico de las variedades simplécticas y de su cohomología cuántica. El descubrimiento de un catálogo de ejemplos con todas las combinaciones posibles entre las propiedades de formalidad, Hard Lefschetz, paridad de los números de Betti... incluso en variedades simplécticas de dimensión 4 (vease [AK]) está proporcionando obstrucciones topológicas a estas conjeturas.

Publicaciones más destacadas:

- J. Amorós, *On the Malcev completion of Kähler groups*, Comentarii Mathematici Helvetici **71** (1996), 192-212.
- J. Amorós, M. Burger, K. Corlette, D. Kotschick y D. Toledo, *The Fundamental Group of Compact Kähler Manifolds*, Math Surv. **44**, AMS, 1996.
- J. Amorós, F. Bogomolov, L. Katzarkov y T. Pantev, *Symplectic Lefschetz fibrations with arbitrary fundamental groups*, Journal of Differential Geometry **54** (2000), 489-545.
- J. Amorós, V. Muñoz y F. Presas, Generic behaviour of asymptotically holomorphic Lefschetz pencils, Math. SG/0210325.
- J. Amorós y D. Kotschick, Homotopy properties of closed symplectic four-manifolds, pendiente de publicación.

Distribución cuantitativa de la investigación:

- Topología: 40%
- Geometría diferencial: 20%
- Geometría algebraica: 40%

Investigador principal del proyecto:
Carlos Broto Blanco

Título del proyecto:
Estructura de espacios clasificadores de grupos y acciones de grupos

Institución:
Universitat Autónoma de Barcelona

Línea de investigación 1

Estructura local de grupos y espacios clasificadores

Palabras clave:
Grupo de Lie compacto, grupo p-compacto, grupo p-local finito, homotopía, cohomología

2000 Math. Subject Class.:
55R35 (20D15 55R40)

Descripción:
Estudiamos la estructura de grupos topológicos y sus espacios clasificadores, en particular sus propiedades locales, utilizando métodos de teoría de homotopía. El interés se centra en grupos de Lie compactos y en las versiones homotópicas, grupos *p*-compactos, en el caso conexo, y grupos *p*-locales finitos en el caso discreto. Nos intesamos también por la extensión de estos métodos a grupos discretos infinitos o grupos no compactos, por ejemplo, grupos de Kac-Moody.

Bibliografía básica:

- C. Broto, R. Levi y B. Oliver, *The homotopy theory of fusion systems*, J. Amer. Math. Soc. **16** (2003), 779-856.
- W.G. Dwyer y C. W. Wilkerson, *Homotopy fixed point methods for Lie groups and finite loop spaces*, Annals of Math. **139** (1994), 395-442.
- R. Kane, *The Homology of Hopf Spaces*, North-Holland Math. Library, vol. 40, 1988.

Investigador principal:
Carlos Broto

Dirección electrónica:
broto@mat.uab.es

Investigadores implicados:
- Jaume Aguadé
- Natàlia Castellana
- Ramón J. Flores
- Albert Ruiz

Grupos más destacados en el mundo: investigador e institución:
- W. Dwyer, Notre Dame
- S. Jackowski, Warsaw
- R. Levi, Aberdeen,
- J. Møller, København

- D. Notbohm, Leicester
- B. Oliver, Paris 13
- A. Viruel, Málaga
- C. Wilkerson, Purdue University

Conexión con estos grupos (u otros):
Los mismos.

Problemas abiertos:
Existencia y unicidad de sistemas céntricos de enlace**.** Un grupo p-local finito consiste en un sistema de fusión saturado sobre un p-grupo finito y un sistema céntrico de enlace asociado a dicho sistema de fusión. No se sabe si a cualquier sistema de fusión saturado puede asociarse un sistema céntrico de enlace y en caso de que ello sea posible, si éste es único. En [BLO2] se desarrolla una teoría de obstrucción asociada al problema de existencia y unicidad, con que se pueden resolver algunos casos (por ejemplo el caso de sistemas de fusión de grupos finitos fue resuelto por B. Oliver, que determinó la anulación de las obstrucciones en todos los casos posibles, basándose en la clasificación de los grupos finitos simples). Un resultado general de existencia y unicidad puede tener implicaciones importantes en teoría de representaciones, en que se asocia un sistema de fusión saturado sobre el grupo de defecto a cualquier bloque de un grupo finito, pero no se sabe todavía si es posible asociar un sistema céntrico de enlace y por tanto un espacio clasificador.
Espacios de lazos finitos**.** Un aspecto importante de la teoría de grupos *p*-locales finitos en teoría de homotopía está en la posibilidad de modelar y caracterizar los espacios clasificadores de grupos finitos. Estos aparecen de manera natural como grupo de componentes de grupos de Lie compactos y de espacios de lazos finitos. Pero no se ha desarrollado aún una teoría que englobe grupos *p*-locales finitos y grupos *p*-compactos de manera que pueda incluir el modelo local de cualquier grupo de Lie compacto o más generalmente de cualquier espacio de lazos finito.

Publicaciones más destacadas:
- N. Castellana y N. Kitchloo, *A homotopy construction of the adjoint representation for Lie groups*, Math. Proc. Cambridge Philos. Soc. **133** (2002), 399-409.
- C. Broto y R. Levi, On spaces of self-homotopy equivalences of p-completed classifying spaces of finite groups and homotopy group extensions, Topology **41** (2002), 229-255.
- C. Broto, R. Levi y B. Oliver, Homotopy equivalences of p-completed classifying spaces of finite groups, Invent. Math. **151** (2003), 611-664.
- J. Aguadé y A. Ruiz, *Maps between classifying spaces of Kac-Moody groups*, Advances in Mathematics **178** (2003), 66-98.
- C. Broto, R. Levi y B. Oliver, *The homotopy theory of fusion systems*, J. Amer Math. Soc. **16** (2003), 779-856.

Distribución cuantitativa de la investigación:
- Topología: 60%
- Álgebra y teoría de números: 40%

Línea de investigación 2

Métodos cohomológicos en teoría de homotopía

Palabras clave:
Cohomología, álgebra de Steenrod, localización, compleción

2000 Math. Subject Class.:
55S10, 55P15, 55P60

Descripción:
En topología algebraica se construyen diferentes funtores de cohomolgía que asocian invariantes algebraicos al tipo de homotopía de un espacio topológico. Desde luego hay que buscar el equilibrio entre obtener gran cantidad de información sobre el espacio y la excesiva complejidad de los posibles objetos algebraicos. Uno de los funtores más estudiados es la cohomología con coeficientes en el cuerpo de *p* elementos, con estructura de álgebra inestable sobre el álgebra de Steenrod. Este funtor refleja gran parte de la estructura local en el primo *p* de una amplia clase de espacios topológicos (que incluye CW-complejos simplemente conexos o nilpotnentes).

Bibliografía básica:

- A. K. Bousfield y A.M. Kan, *Homotopy limits, completions and localizations*, Lecture *Notes in Mathematics*, vol. 304, Springer-Verlag, Berlin-New York, 1972.
- L. Schwartz, Unstable modules over the Steenrod algebra and Sullivan fixed point set conjecture, Chicago Lecture in Math, 1994.

Investigador principal:
Jaume Aguadé

Dirección electrónica:
aguade@mat.uab.es

Investigadores implicados:
- Carles Broto
- Natàlia Castellana
- Juan Alfonso Crespo
- Laia Saumell
- Jérôme Scherer

Grupos más destacados en el mundo: investigador e institución:
- N. Kuhn, Charlotsville, Virginia
- D. Notbohm, Leicester
- L. Schwartz, Paris 13
- S. Zarati, Túnez

Conexión con estos grupos (u otros):
Leicester, Paris 13, Túnez

Problemas abiertos:
¿Qué álgebras o módulos inestables sobre el álgebra de Steenrod pueden aparecer como cohomología de un espacio topológico?
¿Qué propiedades de un espacio topológico quedan determinadas por sus invariantes cohomológicos?

Publicaciones más destacadas:

- J. Aguadé, C. Broto y D. Notbohm, Homotopy classification of spaces with interesting cohomology and a conjecture of Cooke, Part I, Topology **3** (1994), 455-492
- J. Aguadé, C. Broto y M. Santos, *Three connected coverings of lie groups*, Duke Math. J. **80** (1995), 91-103.
- C. Broto y J. A. Crespo, *H-spaces with noetherian mod two cohomology algebra*, Topology **38** (1999), 353-386.
- C. Broto y R. Levi, *Loop structures on homotopy fibres of self maps of a sphere*, Amer. J. Math. **122** (2000), 547-580.
- C. Broto, J. A. Crespo y L. Saumell, *Non-simply connected H-spaces with finiteness conditions*, Math. Proc. Cambridge Philos. Soc. **130** (2001), 475-488.

Distribución cuantitativa de la investigación:

- Topología: 70%
- Álgebra y teoría de números: 30%

Investigador principal del proyecto:
Emilio Bujalance García

Título del proyecto:
Superficies de Riemann y simetrías

Institución:
UNED

Línea de investigación 1

Propiedades topológicas y conformes de superficies de Riemann

Palabras clave:
Superficies de Riemann, superficies de Klein, orbifolds, grupos NEC, acciones de grupos en baja dimensión, grupos discontínuos de transformaciones

2000 Math. Subject Class.:
14H, 30F, 57M, 57S

Descripción:
Los problemas sobre los que trabajamos en esta línea de investigación conciernen especialmente a superficies de Riemann,
A lo largo de estos últimos años el equipo ha trabajado sobre problemas relativos a superficies de Riemann en el sentido más general (con borde o sin él, orientables o no) también llamadas superficies de Klein, así como su relación con las curvas algebraicas, cubiertas ramificadas de superficies y orbifolds. Estos problemas se engloban dentro de problemas clásicos de finales del siglo XIX, de Hurwitz, Klein, Schwartz, Wiman y Harnack, cuyo estudio moderno fue iniciado a finales de los años 60.
Actualmente estamos trabajando en el estudio de las superficies de Riemann con un dado grupo de automorfismos; métodos computacionales para estudiar el orden de superficies de Riemann de un género dado; topología de las partes reales de las simetrías de superficies de Riemann; ecuaciones algebraicas de curvas reales y complejas; cubiertas ramificas de de orbifolds y grupos de automorfismos de orbifolds.
También estamos estudiando los espacios de Teichmüller, de moduli y el grupo modular que relaciona ambos espacios así como los subconjuntos de los espacios de Teichmuller correspondientes a preescritos grupos de automorfimos.
Es conocido que los espacios de Teichmuller de superficies de Riemann pueden ser estudiados mediante polígonos hiperbólicos. Estos polígonos son regiones fundamentales para los grupos que uniformizan dichas superficies. Actualmente se están estudiando estas regiones para obtener propiedades de los espacios de Teichmüller.
También es objeto de estudio la estructura conforme de las superficies de Riemann. Así como las posibles extensiones de estos resultados a variedades hiperbólicas de dimensión 3.

Bibliografía básica:

- E. Bujalance, J. J. Etayo y J. M. Gamboa, *A combinatorial approach to automo-phism groups of compact bordere Kein surfaces*, Lect. Notes in Math., vol. 1439, Springer Verlag, 1990.
- S. Natanzon, *Klein surfaces*, Russian Math. Survey (1990), 53-108.
- M. Seppälä y T. Sorvali, Geometry of Riemann surfaces and Teichmüller spaces, North-Holland, 1992.

Investigador principal:
Emilio Bujalance García

Dirección electrónica del investigador principal:
eb@mat.uned.es

Investigadores implicados:
- José Antonio Bujalance
- Francisco Javier Cirre
- Antonio F. Costa
- José Luis Estévez
- Beatriz Estrada
- Arturo Fernández
- Ernesto Martínez
- Ana María Porto Ferreira da Silva

Grupos más destacados en el mundo: investigador e institución:
- Grupo Inglés en el que destacan como investigadores principales W. Harvey (King College), D. Singerman (Universidad Southampton) y C. Maclachlan (Universidad de Aberdeen) los tres alumnos A. M. Macbeath.
- En el segundo grupo destacan como investigadores principales Mika Seppälä (Universidad de Helsinki), Peter Buser (EPFL, Lausana) y Robert Silhol (Universiadad de Montpellier).

Conexión con estos grupos (u otros):
Se han desarrollado con estos grupos trabajos conjuntos. Se han tenido dos proyectos europeos cada uno de 3 años, y acciones integradas con el grupo Inglés. Se han realizado numeroso trabajos en conjunto y se han organizado 10 congresos internacionales en colaboración.

Problemas abiertos:

1) <u>El estudio de las simetrías de superficies de Riemann</u>: Son pocas las familias de superficies de Riemann de las que se conoce el tipo de simetría (propiedades topológicas de estas), un problema importante es encontrar el tipo de simetrías de familias de superficies de Riemann
C. Maclachlan y W. J. Harvey han estudiado los órdenes finitos de los elementos del mapping class group de la esfera punteada, que se corresponden con las M-superficies de Klein. Un problema abierto es el calculo los grupos de automorfismos de las superficies de Klein no orientables de género topológico 1 (o (M-1)-superficies de Klein), y la determinación las clases de conjugación de subgrupos finitos del mapping class group de estas superficies.
Un problema difícil en superficies de Riemann es el de la extendibilidad de acciones de grupos, esto es, el de decidir si un grupo actuando en una superficie es el grupo de todos sus automorfismos. Esta cuestión ha sido resuelta solamente para grupos cíclicos y diédricos. Un problema interesante es encontrar condiciones más generales para la extendibilidad que puedan ser aplicadas a cualquier familia de grupos.
Se conocen cotas para el orden máximo de un grupo cíclico de automorfismos de una superficie de Klein de tipo topológico dado. Estudiar cuál es el grupo de todos los automorfismos de estas superficies de Klein, así como el grupo de automorfismos de las superficies de Riemann que son sus cubiertas dobles es un problema abierto.
Singerman encontró condiciones suficientes en el grupo de automorfismos de una superficie de Riemann para que ésta admita una simetría. Como consecuencia de sus resultados, las cubiertas cíclicas de la esfera ramificadas sobre tres puntos son todas simétricas. Un problema es el cálculo del tipo de simetría de estas superficies así como el de encontrar ecuaciones algebraicas que las describan.
Estudiar el levantamiento a cubiertas de superficies de Riemann de automorfismos. En particular, del automorfismo de la hiperelipticidad y de automorfismos no orientables. Obtener las ecuaciones que definen algunas familias de superficies de Klein elípticas-hiperelípticas, a partir de ahí obtener las variedades Jacobianas. Estudiar el espacio de

moduli para algunas familias uníparamétricas de superficies de Klein elípticas-hiperelípticas.
Las curvas reales trigonales fueron introducidas por Gross y Harris en 1981, quienes preguntaron sobre los tipos topológicos de dichas curvas. Las curvas reales trigonales corresponden con superficies de Riemann que admiten una simetría y son cubiertas de tres hojas de la esfera. Un objetivo es estudiar los tipos topológicos de las curvas trigonales reales utilizando los grupos discretos que las uniformizan.

2) Un problema importante es la utilización de la cohomología no abeliana para la clasificación de acciones de grupos de automorfismos de superficies de Riemann. Las clases de cohomología de grado 1 con coeficientes en un haz discreto están relacionadas con las clases de equivalencia de acciones discretas de grupos.

Publicaciones más destacadas de miembros del grupo en esta línea de investigación:

- E. Bujalance y A. F. Costa, *On symmetries of p- hyperelliptic Riemann surfaces,* Math. Ann. **308** (1997), 31-45.
- Antonio F. Costa, Embeddable anticonformal automorphisms of Riemann surfaces, Comment Math. Helv. **72** (1997), 203-215.
- E. Bujalance, J. Cirre, J. M. Gamboa y G. Gromadzki, *Symmetry types of hyperelliptic Riemann surfaces,* Mém Soc. Math Fr. **86** (2001), vi+122pp.
- B. Estrada y E. Martinez, *On q-trigonal Klein surfaces,* Israel J. Math.**131** (2002) 361-374.
- E. Bujalance, J. Cirre y M. Conder, *On extendability of group actions on compact Riemann surfaces,* Trans Amer Math Soc. **355** (4) (2003), 1537-1557.

Distribución cuantitativa de la investigación:

- Topología: 40%
- Geometría algebraica: 40%
- Otros (especificar): Análisis complejo: 20%

Investigador principal del proyecto:
Carles Casacuberta Vergés

Título del proyecto:
Construcciones universales en homotopía estable e inestable

Institución:
Universitat de Barcelona

Línea de investigación 1

Localización en teoría de homotopía

Palabras clave:
Localización, homotopía, homología

2000 Math. Subject Class.:
55P60, 18A40

Descripción:
La teoría de localización de espacios como inversión formal de una aplicación se consolidó en la década de 1990, partiendo de las técnicas previas de localización en primos y localizaciones homológicas. Actualmente se estudia en el contexto de las categorías de modelos, conjuntamente con la construcción dual de aproximaciones celulares. Ambas se aplican al álgebra conmutativa, a la teoría de grupos, a la teoría de categorías y a la propia topología, siguiendo las líneas marcadas por las localizaciones tradicionales y con el empuje suministrado por la solución de la conjetura de Sullivan.

Bibliografía básica:

- A. K. Bousfield, *Localization and periodicity in unstable homotopy theory*, J. Amer. Math. Soc. **7** (1994), 831-873.
- E. Dror Farjoun, *Cellular Spaces, Null Spaces and Homotopy Localizations*, Lecture Notes in Math., vol. 1622, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1996.

Investigador principal:
Carles Casacuberta Vergés

Dirección electrónica:
Carles.Casacuberta@ub.edu

Investigadores implicados:
- Gemma Bastardas
- Manuel Castellet
- Javier José Gutiérrez
- José Luis Rodríguez
- Jérôme Scherer
- Andy Tonks

Grupos más destacados en el mundo: investigador e institución:
- A. K. Bousfield (University of Illinois at Chicago)
- Emmanuel Dror Farjoun (The Hebrew University of Jerusalem)

Conexión con estos grupos (u otros):
Colaboración habitual.

Problemas abiertos:
¿Es cierto que todo funtor idempotente en homotopía estable que conmute con el operador suspensión es una localización homológica? Este enunciado resume diversos problemas abiertos que se han ido planteando en las últimas décadas, no todos equivalentes, pero sí muy relacionados: Dada una teoría de cohomología, ¿existe siempre una teoría de homología con los mismos espacios acíclicos? ¿Existen las localizaciones cohomológicas? Los funtores idempotentes estables que conmutan con la suspensión, ¿forman un conjunto o una clase propia? Es evidente que las respuestas requerirán una aportación sustancial de teoría de conjuntos.
¿Es cierto que cualquier localización de un espacio simplemente conexo es un espacio simplemente conexo? Se sabe que la respuesta es afirmativa para las localizaciones homológicas (Casacuberta y Scherer, 2001), pero la pregunta lleva abierta más de diez años en su forma más general. La respuesta es sencilla para la conexión y resultó ser falsa para la conexión de orden superior a uno, puesto que existen localizaciones que recuperan ciertos espacios a partir de sus recubridores conectivos. La solución de este problema posiblemente requerirá un estudio profundo de la interrelación entre las localizaciones de espacios y las de grupos.

Publicaciones más destacadas:

- C. Casacuberta y J. L. Rodríguez, *On weak homotopy equivalences between mapping spaces*, Topology **37** (1998), 709-717.
- C. Casacuberta, L. J. Hernández y J. L. Rodríguez, *Models for torsion homotopy types*, Israel J. Math. **107** (1998), 301-318.
- A. J. Berrick y C. Casacuberta, *A universal space for plus-constructions*, Topology **38** (1999), 25-33.
- G. Bastardas y A. Descheemaeker, *On the homotopy type of p-completions of infra-nilmanifolds*, Math. Z. **241** (2002), 685-696.
- R. Göbel, J. L. Rodríguez y S. Shelah, *Large localizations of finite simple groups*, J. Reine Angew. Math. **550** (2002), 1-24.

Distribución cuantitativa de la investigación:

- Topología: 70%
- Fundamentos y lógica: 10%
- Álgebra y teoría de números: 20%

Investigador principal del proyecto:
María Jesús Chasco Ugarte

Título del proyecto:
Grupos nucleares. Subgrupos de espacios nucleares. Dimensión topológica

Institución:
Universidad de Navarra

Línea de investigación 1

Dualidad de grupos topológicos

Palabras clave:
Teorema de Pontryagin Van Kampen, grupo de caracteres, topología compacto abierta.

2000 Math. Subject Class.:
22A05, 22A10

Descripción:
Para un grupo abeliano localmente compacto, el grupo de sus representaciones unitarias irreducibles o caracteres, continuos dotado de la topología compacto abierta (llamado grupo dual), es otro grupo localmente compacto cuyo dual es el grupo original. Este profundo resultado constituye uno de los pilares del análisis armónico y se conoce como teorema de Pontryagin Van Kampen. Mediante este teorema y sus generalizaciones posteriores a otras categorías de grupos abelianos, se pueden poner en dualidad los grupos compactos con los grupos discretos, los grupos hemicompactos con los metrizables o la categoría de los grupos topológicos abelianos con la categoría de los grupos abelianos dotados de una estructura de convergencia localmente compacta.

Bibliografía básica:

- L. Aussenhofer, Contributions to the duality theory of abelian topological groups and to the theory of nuclear groups, Dissertationes Mathematicae **384**, Warszawa, 1999.
- Hewitt y K. A. Ross, *Abstract Harmonic Analysis*, Springer-Verlag, 1979.
- K. H. Hofmann y S. A. Morris, *The structure of compact groups*, De Gruyter Studies in Mathematics, 1998.

Investigador principal:
María Jesús Chasco Ugarte

Dirección electrónica:
mjchasco@unav.es

Investigadores implicados:
- Sergio Ardanza
- Montserrat Bruguera
- Lorenzo de Leo
- Elena Martín Peinador

Grupos más destacados en el mundo: investigador e institución:

- Lydia Aussenhofer. Universidad de Eichstätt. Alemania
- Comfort. Wesleyan University. U.S.A

Conexión con estos grupos (u otros):
Visitas en ambas direcciones.

Problemas abiertos:
Extensión del teorema de Pontryagin Van Kampen a otras clases de grupos abelianos con el fin de obtener propiedades algebraicas y topológicas del grupo a partir de propiedades del dual y recíprocamente. Las primeras extensiones del teorema, fueron obtenidas por Kaplan para productos y sumas directas y posteriormente por Smith, para espacios vectoriales topológicos. Más cercanas son las aportaciones de Pestov, para algunos grupos topológicos libres o las de Banaszczyk para grupos nucleares metrizables completos. Un problema abierto es saber si la dualidad entre subgrupos del grupo y cocientes de su dual se da fuera de la clase de los nucleares Cech completos. Este problema está íntimamente conectado con el de la extensión de caracteres continuos de un subgrupo a caracteres continuos del grupo.
Caracterización de los grupos determinados. Dado un subgrupo denso H, de un grupo topológico abeliano G, todo carácter continuo de H se extiende de forma única a un carácter continuo de G. De ello se deduce que los grupos duales de H y de G son algebraicamente isomorfos. Ahora bien cuando sus topologías compacto abiertas coinciden en los duales, tenemos los llamados grupos determinados. Este concepto nace del resultado obtenido en 1998 independientemente por Chasco y Aussenhofer que afirma que los grupos abelianos metrizables son determinados. Desde entonces otros autores como Comfort, Trigos, Raczkowski o Luckas han publicado artículos donde tratan de ampliar la clase de grupos determinados, obteniendo resultados positivos y negativos que han puesto de manifiesto el interés y dificultad del problema.

Publicaciones más destacadas:

- W. Banaszczyk, M.J. Chasco y E. Martín Peinador, *Open subgroups and Pontryagin duality,* Math. Z. **215** (1994), 195-204.
- M.J.Chasco y E. Martín Peinador, *Binz-Butzmann duality versus Pontryagin duality,* Arch. Math. **63** (1994), 264-270.
- E. Martín Peinador, *A reflexive admissible topological group must be locally compact,* Proc. Amer.Math.Soc. **123** (11) (1995), 3563-3566.
- M. J. Chasco, *Pontryagin duality for metrizable groups,* Arch Math. **70** (1998), 22-28.
- M. J. Chasco y J. Dominguez, *Topologies on the direct sum of topological abelian groups,* Topology and its Applications **133** (2003), 209-223.

Distribución cuantitativa de la investigación:

- Topología: 70%
- Álgebra y teoría de números: 15%
- Análisis matemático: 15%

Línea de investigación 2

Grupos localmente cuasiconvexos; grupos nucleares; extensión de propiedades válidas en espacios vectoriales topológicos, a la clase de los grupos topológicos abelianos.

Palabras clave:
Grupo localmente cuasi-convexo, grupo nuclear, topologías débiles

2000 Math. Subject Class.:
22A05, 46A04, 55M10

Descripción:
Los espacios vectoriales topológicos considerados en su estructura aditiva constituyen una clase muy cualificada de grupos topológicos donde pueden aplicarse las herramientas del análisis funcional. Banaszczyk, por ejemplo, demostró que los espacios vectoriales nucleares metrizables satisfacen teoremas de los grupos abelianos localmente compactos (grupos LCA) como el de dualidad de Pontryagin o el de Bochner.
La idea de extender, de algún modo, a grupos abelianos, propiedades tan típicas de los espacios vectoriales como la convexidad ha sido fuente de muchos resultados.

Bibliografía básica:

- W. Banaszczyk, Additive subgroups of topological vector spaces, Lecture Notes in Math., vol. 1466, Springer-Verlag, Berlin New York,1991.
- R. Engelking, Theory of dimensions, finite and infinite, North-Holland, 1995.
- H. H. Schaefer, *Topological vector spaces*, Graduate texts in Math., vol. 3, Springer-Verlag, 1970.

Investigador principal:
Elena Martín Peinador

Dirección electrónica:
Peinador@mat.ucm.es

Investigadores implicados:
- Montserrat Bruguera
- María Jesús Chasco
- Javier Domínguez
- Juana Núñez
- Vaja Tarieladze

Grupos más destacados en el mundo: investigador e institución:
- Wojtek Banaszczyk (Lodz Univérsity, Polonia)
- Salvador Hernández. (Universidad Jaime I, Castellón)

Conexión con estos grupos (u otros):
Con W. Banaszczyk y con M. Tkachenko. Visitas recíprocas y artículos conjuntos.

Problemas abiertos:
Dimensión de grupos nucleares. Actualmente se conocen algunos resultados importantes sobre la dimensión para grupos localmente compactos, que parece natural tratar de generalizar a grupos nucleares Cech completos. Por ejemplo, para un grupo topológico localmente compacto y Hausdorff G, la dimensión cohomológica coincide con las dimensiones dim G, ind G e Ind G. Se sabe que este resultado es generalizable en cierta medida (Tkachenko), pero no a grupos topológicos generales (Shakhmatov). Asimismo Ancel Grabowski y Dobrowolski caracterizan los subgrupos discretos del espacio de Hilbert l^2 como aquéllos subgrupos cerrados cuya dimensión ind es 0 y demuestran que en espacios de Banach existen subgrupos cerrados no discretos cuya dimensión es cero. Es razonable tratar estos problemas para subgrupos de espacios nucleares.
Acotación y precompacidad en grupos localmente cuasiconvexos. La cuasiconvexidad local expresa la existencia de una base de entornos de cero cuasiconvexos. Un conjunto es cuasiconvexo si todo punto del complementario se separa del conjunto por algún carácter continuo. Esta propiedad constituye la generalización natural de la convexidad local en espacios vectoriales topológicos (teorema de Hann-Banach) dando lugar a una amplia clase de grupos. En la línea de resultados obtenidos para estos grupos, durante la ultima década, (teorema de completitud de Grothendieck, topología de Mackey, teorema de Banach-Dieudonné, propiedad de Dunford-Pettis), se plantea

estudiar los grupos donde se da la equivalencia entre acotación (en el sentido estudiado por Galindo y Hernández) y precompacidad.

Publicaciones más destacadas:

- W. Banaszczyk y E. Martín-Peinador, *Weakly pseudocompact subsets of nuclear groups,* J. Pure Appl. Algebra **138 (**2) (1999), 99-106.
- M. J. Chasco, E. Martín-Peinador y V. Tarieladze, *On Mackey topology for groups*, Stud. Math. 132 (3) (1999), 257-284.
- M. Bruguera, M.J. Chasco, E. Martín-Peinador y V. Tarieladze, *Completeness properties of locally quasi-convex groups,* Topology and its Applications **111** (2001), 81-93.
- M. Bruguera y E. Martín-Peinador, *Banach Dieudonné theorem revisited,* J. Aust. Math. Soc. **75** (2003), 69-83.
- E. Martín-Peinador y V. Tarieladze, *A property of Dunford-Pettis type in topological groups,* Proc. Amer. Math. Soc., pendiente de publicación.

Distribución cuantitativa de la investigación:

- Topología: 50%
- Álgebra y teoría de números: 15%
- Análisis matemático: 35%

Investigador principal del proyecto:
Warren Dicks McLay

Título del proyecto:
Acciones de grupos en CW-complejos de dimensión baja

Institución:
Universitat Autònoma de Barcelona

Línea de investigación 1

Acciones de grupos en CW-complejos de dimensión baja

Palabras clave:
Acciones de grupos, CW-complexos, espacios de dimensión baja

2000 Math. Subject Class.:
20E06, 57M07

Descripción:
Estudiamos acciones de grupos en espacios topológicos de dimensión baja, especialmente CW-complejos de dimensión 1 y 2 y de variedades de dimensión 3. Hemos desarrollado técnicas para estudiar subgrupos fijos de familias de endomorfismos de grupos libres. También estudiamos la acción al infinito de grupos Kleinianos doblemente degenerados y las curvas fractales que inducen.

Bibliografía básica:
- W. Dicks y M. J. Dunwoody, Groups acting on graphs, CUP, 1989.
- D. B. A. Epstein et al., Word processing in Groups, Jones and Bartlett, 1992.

Investigador principal:
Warren Dicks McLay

Dirección electrónica:
dicks@mat.uab.es

Investigadores implicados:
- Enric Ventura Capell

Grupos más destacados en el mundo: investigador e institución:
M. Bestvina, University of Utah

Conexión con estos grupos (u otros):
Algunas visitas.

Problemas abiertos:
- The amalgamated graph conjecture
- The auto-fixed subgroup conjecture

Publicaciones más destacadas:
- W. Dicks y E. Ventura, *The group fixed by a family of injective endomorphisms of a free group*, Contemp. Math. **195**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1996.

- W. Dicks y E. Formanek, *The rank three case of the Hanna Neumann conjecture*, J. Group Theory **4** (2001), 113-151.
- W. Dicks y J. W. Cannon, *On hyperbolic once-punctured-torus bundles*, Geometriae Dedicata **94** (2002), 141-183.
- W. Dicks, P. H. Kropholler, I. J. Leary y S. Thomas, *Classifying spaces for proper actions of locally finite groups*, J. Group Theory **5** (2002), 453-480.
- W. Dicks y J. Porti, *On the Hausdorff dimension of the Gieseking fractal*, Topology Appl. **126** (2002), 169-186.

Distribución cuantitativa de la investigación:

- Topología: 35%
- Álgebra y teoría de números: 45%
- Geometría diferencial: 20%

Investigador principal del proyecto:
Francisco Gómez Ruiz

Título del proyecto:
Propiedades globales de espacios toplógicos, homotópicos y diferenciables

Institución:
Universidad de Málaga

Línea de investigación 1

Modelos algebraicos de tipos de homotopía

Palabras clave:
Tipo de homotopía, categoría de Lusternik-Schnirelman, aplicación polinómica

2000 Math. Subject Class.:
55-XX, 57RXX

Descripción:
Detección de propiedades globales de la homotopía de un espacio topológico a través de modelos algebraicos de su tipo de homotopía (álgebras de polinomios, homotopía racional y módulo p, localización y completación)
Desarrollo de la teoría homotópica de grupos haciendo especial hincapié en el estudio p-local de la misma.
Invariantes numéricos del tipo de homotopía (relacionados con la LS-categoría).
Grupos de autoequivalencias de homotopía: estructura y representabilidad polinómica. Se pretende obtener propiedades estructurales y de finitud de los grupos de autoequivalencias de homotopía de un espacio dado. Se investigan además las implicaciones de estas propiedades estructurales de grupos de autoequivalencias en teoría K-algebraica.

Bibliografía básica:

- J. Bochnak, M. Coste y M. F. Roy, *Real Algebraic Geometry*, Springer-Verlag, 1999.
- Y. Félix, S. Halperin y J. C.Thomas, *Rational Homotopy theory*, Graduate Texts in Math., Springer-Verlag, 2001.
- S. Jackowski, J. Mcclure y R. Oliver, *Homotopy classification of self-maps of BG via G-actions*, Ann.Math.**135** (1992), 183-270.

Investigador principal:
Aniceto Murillo Mas

Dirección electrónica:
aniceto@agt.cie.uma.es

Investigadores implicados:
- Antonio Garvín
- Francisco Gómez Ruiz
- Luis Lechuga
- Antonio Viruel

Grupos más destacados en el mundo: investigador e institución:

- Universidad Autónoma de Barcelona y Universidad de Barcelona (J. Aguadé, C. Broto y C. Casacuberta)
- Universidad De Ottawa (B. Jessup)

Conexión con estos grupos (u otros):

Grupos de investigación canalizados en parte a través de la red europea del programa "Human Potential Research Training Network" bajo el título "Modern Homotopy Theory" HPRN-CT1999-00119 (http://www.maths.abdn.ac.uk/Homotopy-Network/) del que la Universidad de Málaga formó parte como subnodo del I.E.C. Los centros que en ellos participan, junto con los investigadores responsables de cada centro son: Universidad de Aberdeen (John Hubbuck), Universidad Católica de Lovaina (Yves Felix), University of Aarhus (Ib Madesen), Centre de Recerca Matemàtica (Jaume Aguadé), University of Sheffield (John Greenlees) , Université de Paris-Nord (Robert Oliver) y Centre Nationale de la Recherche Scientifique CNRS (Daniel Tanré).

En particular existe una estrecha relación con el Grupo de Investigación de Topología Algebraica de Barcelona (http://mat.uab.es/topalg/) liderado por los profesores J.Aguadé, C. Broto, C. Casacuberta y M. Castellet.

Asimismo existen contactos con grupos de investigación en Universidad de Ottawa (B. Jessup), Cleveland State University (G. Lupton y J. Oprea), University of Mariland (S. Halperin), Dartmouth College (M. Arkowich), Universidad de Ljubliana (P. Pavesic) y Universidad de Torun (M. Golasinski).

Problemas abiertos:

Obtención de propiedades globales y estructurales del tipo de homotopía de espacios topológicos, incluyendo teoría homotópica de grupos, (invariantes numéricos clásicos, clases de homotopía de aplicaciones, cohomología de grupos, etc.) vía la modelización adecuada en cada caso (modelos clásicos de homotopía racional y módulo p, representación polinómica de aplicaciones, grupos p-locales, etc.)

Publicaciones más destacadas:

- A. Garvín, A. Murillo, P. Pavesic y A. Viruel, *Nilpotence and localization of groups of fibre homotopy equivalences*, Contemporary Math. **274** (2001), 145-158.
- L. Lechuga y A. Murillo, *Complexity in rational homotopy*, Topology **39** (1) (2001), 89-95.
- M. Golasinski y F. Gómez Ruiz, *Polynomial and regular maps into the Grassmannians*, K-Theory **26** (2002), 51-68.
- L. Lechuga y A. Murillo, *A formula for the rational LS-category of certain spaces*, Annales de l'Institut Fourier **52** (5) (2002), 1585-1590.
- A. Vavpetic y A. Viruel, On the homotopy type of the classifying space of the exceptional lie group of rank 4, Manuscripta Math. **107** (2002), 521-540.

Distribución cuantitativa de la investigación:

- Topología: 85%
- Álgebra y teoría de números: 10%
- Geometría algebraica: 5%

Investigador principal del proyecto:
Gabino Gonzalez Diez

Título del proyecto:
Superficies de Riemann compactas

Institución:
Universidad Autónoma de Madrid

Línea de investigación 1

Superficies de Belyi. Dessins d'enfant

Palabras clave:
Superficie de Riemann, grupos fuchsianos, grafos, cuerpo de definición de una curva

2000 Math. Subject Class.:
30F10, 30F35, 14G05

Descripción:
Una función de Belyi es una función meromorfa $f{:}X \rightarrow P$ de una superficie de Riemann compacta X a la esfera de Riemann P con, a lo sumo, tres valores de ramificación. Una superficie de Belyi es una que admite una función de Belyi. La importancia de tales superficies reside en el siguiente teorema de Belyi:
X es de Belyi si y sólo si es isomorfa a una curva algebraica cuyos coeficientes son números algebraicos.
Estas superficies han recibido una enorme atención desde que Grothendieck en su último trabajo matemático las ligara al estudio del grupo absoluto de Galois al observar su equivalencia con sus ya célebres "**Dessins d'Enfants**" (grafos obtenidos en las superficie como imagen inversa, vía la función de Belyi, de un segmento que una dos de los valores de ramificación).

Bibliografía básica:

- G. Jones y D. Singerman, *Belyi functions, hypermaps and Galois groups,* Bull. London Math. Soc. **28** (6) (1996), 561-590.
- L. Schneps*, The Grothendieck theory of Dessins d'Enfants*, London. Math. Soc., Lecture Note Series 20, Cambridge University Press, 1994.
- L. Schneps y P. Lochak, *Geometric Galois actions. Around Grothendieck's "Esquisse d'un programme"*, London. Math. Soc., Lecture Note Series 242, Cambridge University Press, 1997.

Investigador principal:
Gabino González Diez

Dirección electrónica:
gabino.gonzalez@uam.es

Investigadores implicados:
- Yolanda Fuertes
- Ernesto Girondo

Grupos más destacados en el mundo: investigador e institución:

- Pierre Lochak, Leila Schneps CNRS (Francia)
- Grupo de Frankfurt-Southampton (Wolfart- Singerman and Jones)

Conexión con estos grupos (u otros):

- Elaboración de un articulo en colaboración con P. Lochak
- Frecuentes visitas de corta y larga duración.

Problemas abiertos:

<u>Encontrar un "criterio de Belyi" para superficies complejas</u> (dimensión real 4) análogo al que acabamos de enunciar para superficies de Riemann. Es decir, un criterio para decidir cuándo una superficie compleja es isomorfa a una superficie algebraica definida por ecuaciones con coeficientes en un cuerpo de números, en términos de la existencia o no de ciertas funciones meromorfas.

Publicaciones más destacadas:

- G. González Diez y P. Lochak, On the fundamental groups at infinity of the moduli spaces of compact Riemann surfaces, Michigan Math. Journal **49** (2001), 493-500.
- E. Girondo y G. González Diez, Genus two extremal surfaces: extremal discs, isometries, and Weierstrass points, Israel J. Math. **132** (2002), 221-238.
- E. Girondo, *Multiply quasiplatonic Riemann surfaces*, Experiment. Math. **12** (4) (2003), 463-475.
- E. Girondo y G. González Diez, On a conjecture of Whittaker concerning uniformization of hyperelliptic curves, Trans. Amer. Math. Soc. **356** (2004), 691-702.
- Y. Fuertes y M. Streit, *Genus 3 normal coverings of the Riemann sphere branched over 4 points*, Rev. Iberoamericana, pendiente de publicación.

Distribución cuantitativa de la investigación:

- Topología: 40%
- Álgebra y teoría de números: 20%
- Geometría algebraica: 10%
- Otros (especificar): Geometría compleja: 30%

Línea de investigación 2

Espacio de moduli. Mapping class group

Palabras clave:

Superficie de Riemann, espacio de Teichmüller, difeomorfismos pseudo-Anosov

2000 Math. Subject Class.:

32G15, 57M60

Descripción:

Subvariedades del espacio de moduli, subgrupos del grupo modular y familias de superficies de Riemann compactas son tres objetos estrechamente relacionados entre sí. La razón es que $\boldsymbol{M_g}$, el espacio que parametriza todas las superficies de Riemann de género *g,* puede escribirse como cociente del espacio de Teichmüller $\boldsymbol{T_g}$ (un espacio contractible que parametriza superficies de Riemann con una elección de un sistema canónico de generadores de su grupo fundamental) por la acción (holomorfa, aunque no libre) del grupo $\boldsymbol{Mod_g}$, que es el grupo de clases de isotopía de homeomorfismos de la superficie topológica orientable de género g; $\boldsymbol{Mod_g}$ juega el papel de grupo fundamental de $\boldsymbol{M_g}$ (es el grupo fundamental visto como orbifold en el sentido de Thurston). Así, cualquier familia de superficies $X \rightarrow B$ con base B y fibra una curva compleja X_b sobre cada punto b en B da lugar a una subvariedad $F(B)$ de $\boldsymbol{M_g}$ obtenida como imagen de la aplicación natural $F:B \rightarrow \boldsymbol{M_g}$ definida por " $F(b)$ = punto de $\boldsymbol{M_g}$ que representa la superficie X_b" y también a un subgrupo de $\boldsymbol{Mod_g}$, imagen del grupo fundamental de B (*grupo de monodromía* de la familia).

Bibliografía básica:

- B. Lipman, *Uniformization, moduli, and Kleinian groups*, Bull. London Math. Soc. **4** (1972), 257-300.
- B. Lipman, *An extremal problem for quasiconformal mappings and a theorem by Thurston*, Acta Math. **141** (1) (2) (1978), 73-98.
- N. Subhashis, *The complex analytic theory of Teichmüller spaces*, Canadian Math. Soc. Series of Monographs and Adv. Texts, A Wiley-Interscience Publication, John Wiley & Sons, Inc., New York.

Investigador principal:
Gabino González Diez

Dirección electrónica:
gabino.gonzalez@uam.es

Investigadores implicados:
- Yolanda Fuertes
- Ernesto Girondo

Grupos más destacados en el mundo: investigador e institución:
1) W.J. Harvey (King´s College London)
2) I. Kra (Stony Brook, New York)
3) C. Earle (Cornell University, Ithaca)

Conexión con estos grupos (u otros):
Colaborador habitual del primero.
Varias visitas y frecuentes encuentros en congresos con los dos restantes.

Problemas abiertos:
<u>Construir variedades completas de $\mathbf{M_g}$</u> (resp. subgrupos de $\mathbf{Mod_g}$) particularmente interesantes <u>que ayuden a entender su estructura geométrica</u>.
Por ejemplo: ¿Contiene $\mathbf{Mod_g}$ al grupo fundamental de cualquier superficie compacta?, y si es así ¿cómo son sus elementos?, ¿se puede además conseguir un tal grupo de forma que sus elementos sean difeomorfismos pseudo Anosov?
En el segundo artículo de los citados a continuación se prueba que $\mathbf{Mod_g}$ contiene como subgrupo al grupo fundamental de la superficie compacta de algún género (en principio muy alto).

Publicaciones más destacadas:

- Y. Fuertes y G. González Diez, On the Lefschetz number of quasiconformal self-mappings of compact Riemann surfaces, J. London Math. Soc. (2) **56** (1997), 567-578.
- G. González Diez y R. A. Hidalgo, Conformal versus topological conjugacy of automorphisms on compact Riemann surfaces, Bull. London Math. Soc. **29** (3) (1997), 280-284.
- G. González Diez y W. J. Harvey, Surface groups inside the modular group, Topology **38** (1998), 57- 69.
- G. González Diez y P. Lochak, On the fundamental groups at infinity of the moduli spaces of compact Riemann surfaces, Michigan Math. Journal **49** (2001), 493-500.
- G. González Diez y W. J. Harvey, On families of algebraic curves with automorphisms, Complex manifolds and hyperbolic geometry (Guanajuato, 2001), 261-276, Contemp. Math. **311**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2002.

Distribución cuantitativa de la investigación:

- Topología: 60%
- Geometría algebraica: 10%
- Otros (especificar): Geometría compleja: 30%

Investigador principal del proyecto:
Francisco Guillén Santos

Título del proyecto:
Motivos mixtos de las variedades algebraicas

Institución:
Universitat de Barcelona

Línea de investigación 1

Filtración por el peso y motivos mixtos

Palabras clave:
Motivos mixtos, filtración por el peso, operads formales.

2000 Math. Subject Class.:
14F43, 14E15, 18G99

Descripción:
Estudiar las distintas manifestaciones de la presencia de la filtración por el peso en las teorías cohomológicas definidas sobre las variedades algebraicas y su relación con las conjeturas de Beilinson y Murre sobre la existencia de la filtración por el peso en la categoría de motivos mixtos.
Relacionar la categoría de motivos mixtos propuesta por Voevodski con las propuestas de Hanamura, Levine y la de los presenntes investigadores.
Estudiar la formalidad del operad de espacios de moduli de curvas con puntos marcados, y de otros operads geométricos relacionados.

Bibliografía básica:

- M. Levine, *Mixed Motives*, AMS Math. Surveys and Monographs **57**, 1998.
- Y. I. Manin, *Frobenius manifolds, Quantum cohomology, and moduli spaces*, AMS Colloquim Publications, vol. 47, 1999.
- M. Markl, S. Shnider y J. Stasheff, *Operads in Algebra*, Topology and Physics, AMS Math. Surveys and Monographs **96**, 2002.

Investigador principal:
Francisco Guillén Santos

Dirección electrónica:
guillen@mat.ub.es

Investigadores implicados:
- Vicente Navarro
- Pere Pascual
- Agusti Roig

Grupos más destacados en el mundo: investigador e institución:
- Y. I. Manin (Max Planck Institut of Mathematics)
- M. Kontsevich (Institut des Hautes Études Scientifiques)

Problemas abiertos:

El problema fundamental de la teoría de motivos mixtos es la construcción explícita de una categoría de motivos mixtos satisfaciendo un conjunto de propiedades aun no completamente esclarecidas. Esencialmente es una categoría que ha de ser un receptor universal para los funtores cohomológicos (u homotópicos) definidos sobre la categoría de esquemas sobre un cuerpo base.
Problemas más concretos son:
Probar que los grupos K_0 de la categoría de motivos mixtos de Voevodski coinciden con el K_0 de la categoría de motivos de Grothendieck.
Dotar de una estructura de E_∞-algebra a los grupos de cohomología motívica de las variedades algebraicas.

Publicaciones más destacadas:

- S. del Baño y V. Navarro Aznar, *On the motive of a quotient variety*, Collec. Math. (1998), 203-226.
- F. Guillén y V. Navarro Aznar, Un critère d'extension des foncteurs définis sur les schemas lisses, Publ. Math. IHES **95** (2002), 1-91.

Distribución cuantitativa de la investigación:

- Topología: 30%
- Álgebra y teoría de números: 20%
- Geometría diferencial: 15%
- Geometría algebraica: 35%

Investigador principal del proyecto:
Luis Javier Hernández Paricio

Título del proyecto:
Categorías homotópicas

Institución:
Universidad de La Rioja

Línea de investigación 1

Categorías de modelos para espacios exteriores y espacios de torsión

Palabras clave:
Homotopía propia, LS-categoría, aproximación cofibrante

2000 Math. Subject Class.:
55P05, 55P10, 55Q99

Descripción:
La noción de categoría de modelos fue introducida por D. Quillen en 1967. Consiste en una categoría provista de tres clases de morfismos que se llaman fibraciones, cofibraciones y equivalencias débiles. Se llama categoría localizada (homotópica) a la obtenida mediante la inversión formal de la clase de equivalencias débiles. En el caso que la categoría tenga objeto cero se pueden construir lazos, suspensiones, fibras y cofibras homotópicas. En la pasada década han sido ampliamente utilizadas en topología algebraica y geometría algebraica. Nosotros las utilizamos para estudiar espacios exteriores y espacios de torsión y dar aplicaciones a homotopía propia y teoría de la forma.

Bibliografía básica:

- W. G. Dwyer y J. Spalinski, *Homotopy theories and model categories*, Handbook of Algebraic Topology, pp. 73-126, Elsevier Science B.V., Amsterdam, 1995.
- P. S. Hirschhorn, *Model categories and their localizations*, Mathematical Surveys and Monographs, vol. 99, Amer. Math. Soc., 2003.
- D. Quillen, *Homotopical algebra*, Lecture Notes in Math., vol. 43, Springer-Verlag, New York, 1967.

Investigador principal:
Luis Javier Hernández Paricio

Dirección electrónica:
luis-javier.Hernández@dmc.unirioja.es

Investigadores implicados:
- Carmen Elvira
- Ignacio Extremiana
- José García Calcines
- Mónica García Pinillos
- José Luis Navarro
- Josué Remedios

- María Teresa Rivas
- Sergio Rodríguez

Grupos más destacados en el mundo: investigador e institución:

- W. G. Dwyer (University of Notre Dame), P. S. Hirschhorn (Wellesley College) y D. M. Kan desarrollan un proyecto sobre categorías de modelos y teoría de homotopía abstracta.
- M. Hovey (Wesleyan University) es un especialista en el estudio de categorías de modelos monoidales y estables.

Conexión con estos grupos (u otros):

Se mantiene un intercambio de preguntas y prepublicaciones con P. S. Hirschhorn a través de correo electrónico.
A nivel nacional se ha realizado una colaboración con el grupo de Casacuberta (Universidad de Barcelona) para un estudio sobre espacios de torsión.

Problemas abiertos:

<u>Generalizar las sucesiones de fibras y cofibras homotópicas para las categorías de modelos sin objeto cero</u>**.** En 1967 Quillen para una categoría de modelos con objeto cero construyó lazos, suspensiones, fibras y cofibras homotópicas que inducen sucesiones exactas largas asociadas a morfismos de la categoría. Sin embargo muchas de las categorías de modelos interesantes no tienen objeto cero, por ejemplo, categorías para homotopía relativa y homotopía fibrada, la categoría de espacios exteriores, etc. Nuestro objetivo es la de generalizar las construcciones anteriores a contextos en los que no haya objeto cero para disponer de sucesiones exactas largas asociadas a morfismos de categorías de modelos generales. Entre las aplicaciones que esperamos obtener se encuentra el estudio de la categoría de Lusternik-Schnirelmann en categorías de modelos y espacios exteriores.
<u>Construir categorías de modelos para una clase de Serre de grupos abelianos</u>**.** En 1953 Serre estudió ciertas clases de grupos abelianos para estudiar propiedades de los grupos de homotopía mediante el uso de sucesiones espectrales asociadas a una fibración. El problema que tratamos de abordar es el de la construcción de una estructura de modelos cuya categoría localizada sea equivalente a la categoría homotópica de espacios simplemente conexos cuyos grupos de homotopía estén en una clase de Serre de grupos abelianos. Se disponen de resultados parciales para algunas clases de Serre.

Publicaciones más destacadas:

- C. Elvira y L. J. Hernández, *Closed model categories for the n-type of spaces and simplicial sets*, Math. Proc. of Camb. Philos. Soc. **118** (1995), 93-103.
- J. I. Extremiana, L. J. Hernández y M. T. Rivas, *A closed model category for (n-1)-connected spaces*, Math. Proc. of the A.M.S. **124** (11) (1996), 3545-3553.
- C. Casacuberta, L. J. Hernández y J. L. Rodríguez, *Models for torsion spaces*, Israel J. of Math. **107** (1998), 301-318.
- J. M. García-Calcines, M. García-Pinillos y L. J. Hernández, *A closed model category for proper homotopy and shape theories* , Bull. Aus. Math. Soc., **57** (2) (1998), 221-242.
- L. J. Hernández, *Closed model categories for uniquely S-divisible spaces*, J. Pure and Appl. Algebra (2003), 223-227.

Distribución cuantitativa de la investigación:

- Topología: 70%
- Álgebra y teoría de números: 10%
- Geometría diferencial: 10%
- Geometría algebraica: 10%

Línea de investigación 2

Teoría de topos y teoría de la forma

Palabras clave:
Topos de Grothendieck, teoría de la forma, *overlay*

2000 Math. Subject Class.:
55P55, 55P57, 14F20.

Descripción:
La noción de topos tiene la suficiente flexibilidad como para que una buena parte de la matemática (geometría diferencial, geometría algebraica, topología, etc) se pueda formular con una terminología común. La teoría de la forma es una teoría de homotopía adecuada para el estudio de espacios con muchas "patologías locales". Por un lado, Artin y Mazur desarrollaron mediante técnicas prohomotópicas una teoría de homotopía para topos localmente conexos, por otro lado, Mardesic-Segal (y otros) han utilizado prohomotopía para el estudio de la forma de los espacios. Esta línea tiene como objetivo el encontrar relaciones entre la teoría de topos y la teoría de la forma; en particular, se pretende analizar las relaciones existentes con el topos clasificante de un progrupo (categorías de Galois).

Bibliografía básica:

- M. Artin y B. Mazur, *Étale homotopy*, Lecture Notes in Math., vol. 100, Springer-Verlag, 1969.
- A. Grothendieck, *Revêtements Étales et Groupe Fondamental*, SGA1, Springer-Verlag, Lecture Notes in Math., vol. 224, 1971.
- S. Mardesic y J. Segal, *Shape Theory*, North-Holland, Amsterdam, 1982.

Investigador principal:
Luis Javier Hernández Paricio

Dirección electrónica:
luis-javier.Hernandez@dmc.unirioja.es

Investigadores implicados:

- Sergio Ardanza-Trevijano
- Luis Español
- José Ignacio Extremiana
- José García Calcines
- Mª del Carmen Mínguez
- Mª Teresa Rivas
- Eduardo Sáenz

Grupos más destacados en el mundo: investigador e institución:

- T. Porter y su equipo (University of North Wales) y J. Lisica (Russian University of Peoples Friendship) son reconocidos especialistas en teoría de la forma.
- I. Moerdijk (Utrecht University) y M. Bunge han realizado importantes aportaciones a la teoría de topos y a las categorías de Galois.

Conexión con estos grupos (u otros):
Se está desarrolando un proyecto, que relaciona técnicas de topos y de teoría de la forma, con los equipos de Zagreb (Mardesik) , Buenos Aires (Dubuc).
Se colabora con T. Porter y su equipo (University of North Wales) en temas de n-tipos, teoría de la forma y homotopía propia y con I. Moerdijk en temas de la teoría de topos.

Problemas abiertos:

Formular en un topos arbitrario la noción de aplicación recubridora**.** Fox introdujo y clasificó los “overlays” de un espacio métrico compacto con un número finito de hojas. Una extensión de está noción para un espacio arbitrario, llamada aplicación recubridora, fue realizada por Hernández en 1998. Se ha planteado el problema de encontrar una formulación intrínseca de la noción de proyección recubridora que sea aplicable a un topos arbitrario. Ello permitiría extender la teoría de representación de Galois de un topos localmente conexo suprimiendo dicha hipótesis y siguiendo el método de progrupoides iniciado por Grothendieck y recientemente desarrollado por Dubuc.

Construir herramientas de la teoría de topos aplicables a homotopía propia y teoría de la forma. En 1979 Johnstone introdujo un topos (topológico) con que tenía las propiedades necesarias para el desarrollo de la topología algebraica de los espacios secuenciales. Uno de los problemas que esta siendo abordado por nuestro grupo es el de encontrar un topos adecuado para el estudio de homotopía propia y teoría de la forma. Ya se han construido algunos topos a nivel de conjuntos exteriores y se están elaborando diversas construcciones para espacios exteriores que esperamos tengan aplicaciones en homotopía propia y teoría de la forma.

Publicaciones más destacadas:

- L. J. Hernández, Application of simplicial M-sets to proper homotopy and strong shape theories, Trans. of the AMS **347** (2) (1995), 363-409.
- S. Ardanza y L. J. Hernández, *Fundamental pro-groupoid and bundles with a structural category* , Topology and its Appl. **90** (1998), 1-15.
- L. J. Hernández, *Fundamental pro-groupoid and covering projections*, Fund. Math. **156** (1998), 1-31.
- L. Español y L. Lambán, *On hornologies, locales and toposes on M-sets*, J.Pure and Appl. Algebra **176** (2002), 113-125.

Distribució cuantitativa de la investigación:

- Topología: 75%
- Fundamentos y lógica: 5%
- Álgebra y teoría de números: 5%
- Geometría diferencial: 5%
- Geometría algebraica: 5%
- Análisis matemático: 5%

Investigador principal del proyecto:
Alberto Ibort Latre

Título del proyecto:
Geometría simpléctica: topología en baja dimensión y geometría algebraica

Institución:
Universidad Carlos III de Madrid

Línea de investigación 1

Geometría simpléctica: topología en baja dimensión y geometría algebraica

Palabras clave:
Variedades de contacto, topología simpléctica, cirugía

2000 Math. Subject Class.:
53D

Descripción:
Una variedad de contacto es una variedad de dimensión impar con una distribución de codimensión 1 mínimamente integrable. Las variedades de contacto son el análogo en dimensión impar de las variedades simplécticas. W. Thurston probó que toda 3-variedad posee una estructura de contacto. Ibort, Martínez-Torres y Presas extendieron los resultados obtenidos por Donaldson en la categoría simpléctica a variedades de contacto. Además de los resultados de Gromov y Donaldson, el estudio de la topología de las variedades simplécticas se completa con las técnicas de cirugía en variedades simplécticas desarrolladas por Gompf que han permitido ratificar la enorme flexibilidad de dichas estructuras. Dichas ideas han sido extendidas a una clase más amplia de variedades por Ibort y Martínez-Torres.

Bibliografía básica:

- S. K. Donaldson, *Symplectic submanifolds and almost-complex geometry*, J. Diff. Geom. **44** (1996), 666-705.
- Y. Eliashberg, *Classification of overtwisted contact structures*, Invent. Math. **98** (1989), 623-637.
- W. P. Thurston, *Existence of codimension one foliations*, Ann. Math. **104** (1976), 249-268.

Investigador principal:
Alberto Ibort Latre

Dirección electrónica:
albertoi@math.uc3m.es

Investigadores implicados:
- Fran Presas
- David Martínez-Torres

Grupos más destacados en el mundo: investigador e institución:

- S. Donaldson (Imperial College, London, UK)
- E. Giroux (Lyon, France)

Conexión con estos grupos (u otros):

- Y. Eliashberg, Stanford (USA)
- D. Auroux, EP, Paris (France)

Problemas abiertos:
Descripción combinatoria de las variedades de contacto en dimensión 3.
Computación de la cohomología de contacto.
Computación de los invariantes simplécticos de Donaldson-Auroux.

Publicaciones más destacadas:

- A. Ibort, D. Martínez-Torres y F. Presas, *On the construction of contact submanifolds with prescribed topology*, J. Diff. Geom. **56** (2000), 235-283.
- V. Muñoz, F. Presas y I. Sols, Almost holomorphic embeddings in Grassmannians with applications to singular simplectic submanifolds, J. Reine Angew. Math. **547** (2002), 149-189.
- F. Presas, *Lefschetz type pencils on contact manifolds*, Asian Journal of Maths. **6**, (2002), 277-302.
- A. Ibort y D. Martínez-Torres, *A new construction of Poisson manifolds*, J. Sympl. Geom., pendiente de publicación.
- D. Martínez-Torres, *Global classification of generic multivector fields of top degree*, Bull. London Math. Soc., pendiente de publicación.

Distribución cuantitativa de la investigación:

- Topología: 40%
- Geometría diferencial: 40%
- Geometría algebraica: 20%

Investigador principal del proyecto:
Marta Macho Stadler

Título del proyecto:
Dinámica topológica, teoría ergódica y geometría no conmutativa de laminaciones y sistemas dinámicos II

Institución:
Universidad del País Vasco-Euskal Herriko Unibertsitatea (EHU)

Línea de investigación 1

Foliaciones riemannianas singulares

Palabras clave:
Foliación riemanniana, cohomología básica, cohomología de intersección.

2000 Math. Subject Class.:
58A12, 37C85

Descripción:
En el caso de un flujo periódico (acción del círculo) sobre una variedad M, la *sucesión de Gysin* relaciona las cohomología de M, la del espacio de órbitas y la relativa al conjunto de puntos fijos, usando para ello la *clase de Euler*, la cual contiene información geométrica importante.
Las acciones de $\boldsymbol{R}$ proporcionan un contexto razonable para la extensión de este tipo de resultados, aunque sus espacios de órbitas puedan ser patológicos. En el caso general de un flujo riemanniano singular, llevamos a cabo un estudio en paralelo de la sucesión de Gysin, la clase de Euler y un teorema de localización para cohomología equivariante.
En el caso más general de una foliación riemanniana singular, la estructura transversa es la de *una pseudovariedad estratificada*, la cual estudiamos a través de la cohomología básica de intersección.

Bibliografía básica:

- Y. Carrière, *Flots riemanniens*, Astérisque **116** (1984), 31-52.
- M. Goresky y R. MacPherson, *Intersection homology theory*, Topology **19** (1980), 135- 162.
- P. Molino, *Riemannian Foliations*, Birkhäuser, 1982.

Investigador principal:
Martintxo Saralegi Aranguren (U. Artois)

Dirección electrónica del investigador principal:
saralegi@euler.univ-artois.fr

Investigadores implicados:
- Marta Macho Stadler
- José Ignacio Royo

Grupos más destacados en el mundo: investigador e institución:
- G. Hector (U.C.B. Lyon I, Francia)
- E. Ghys (ENS Lyon, Francia).

Conexión con estos grupos (u otros):
G. Hector (U.C.B. Lyon I, Francia) y X. Masa (U. Santiago de Compostela).

Problemas abiertos:
La estructura transversa de una foliación riemanniana singular es la de una pseudovariedad estratificada. Utilizamos técnicas cohomológicas propias a este tipo de variedades singulares. Introducimos en este contexto la cohomología básica de intersección, y estudiamos sus propiedades para las foliaciones mencionadas, en particular la finitud y validez de la Dualidad de Poincaré.
Hemos resuelto recientemente estas cuestiones para los siguientes casos particulares: flujos riemannianos singulares, foliaciones cónicas y foliaciones inducidas por acciones de grupos abelianos compactos.

Publicaciones más destacadas:
- M. Saralegi Aranguren, *Cohomologie d'intersection des actions toriques simples*, Indagationes Math. **7** (1996), 389-417.
- J.I. Royo Prieto y M. Saralegi Aranguren, *Cohomology of riemannian flows*, Publicaciones RSME **3** (2001), 181-193.
- J.I. Royo Prieto, *The Euler class for riemannian flows*, C.R.A.S. **332** (2001), 45-50.
- M. Saralegi Aranguren y A. Roig, *Minimal models for non-free circle actions*, Illinois J. Math. **44** (2001), 784-820.
- M. Saralegi Aranguren y R. Wolak, *The basic intersection cohomology of a conical foliation*, Matematicheskije Zamietki (2002), 1-22.

Distribución cuantitativa de la investigación:
- Topología: 50%
- Geometría diferencial: 50%

Investigador principal del proyecto:
Enrique Macías Virgós

Título del proyecto:
Nuevas técnicas para el cálculo de la categoría de Lusternik-Schnirelmann

Institución:
Universidad de Santiago de Compostela

Línea de investigación 1

LS categoría de los grupos de Lie

Palabras clave:
Categoría de Lusternik-Schnirelmann, grupo de Lie

2000 Math. Subject Class.:
55P15, 55Q25, 22E15

Descripción:
La categoría LS de un espacio topológico X fue introducida por L. Lusternik y L. Schnirelmann en 1934, en el contexto del cálculo de variaciones. Se define como el menor número de abiertos contráctiles en X (llamados categóricos) que se necesitan para recubrir X. En una variedad, la categoría LS es una cota superior para el número de puntos críticos de cualquier función real.
En 1971 Ganea propuso, como el primer problema a tratar, el cálculo de la categoría LS de variedades de Stiefel y grupos de Lie compactos. Hasta este momento sigue siendo en general un problema abierto, que se abordó y sigue abordando mediante el uso de invariantes homotópicos, acotaciones cohomológicas y métodos de geometría diferencial.

Bibliografía básica:

- O. Cornea, G. Lupton, J. Oprea y D. Tanré, *Lusternik-Schnirelmann category*, Math. Surveys and Monographs **103**, AMS, 2003. xviii+330 pp.
- I. M. James, *Lusternik-Schnirelmann category*, Handbook of Algebraic Topology, North-Holland, 1995.
- Proceedings of the 2001 AMS-IMS-SIAM joint summer research conference on Lusternik-Schnirelmann category in the new millennium, South Hadley, MA, USA, July 29-August 2, 2001. Lusternik-Schnirelmann category and related Topics, Contem. Math., vol. 316, AMS 2002, vi+230pp.

Investigador principal:
Antonio Gómez Tato

Dirección electrónica:
agtato@usc.es

Investigadores implicados:
- Manuel Francisco González Lázaro
- Enrique Macías
- María Esperanza Sanmartín
- Antonio Sotelo

Grupos más destacados en el mundo: investigador e institución:
- D. Tanré, Université de Lille-Flandres-Artois
- N. Iwase (Universidad de Kyushu, Japón)

Conexión con estos grupos (u otros):
Coautores con el primero. Competidores con el segundo

Problemas abiertos:
<u>Cálculo de la categoría LS de grupos de Lie compactos.</u>
Para los grupos ortogonales sólo se conoce la categoría de los de baja dimensión. En 1999 I.M. James y W. Singhof han calculado la categoría de SO(5). En 1975 W. Singhof demostró que la categoría de SU(n) es n-1 dando un recubrimiento explícito. La categoría de U(n) se deduce inmediatamente del resultado anterior.
En el caso simpléctico, el problema se presenta mucho más difícil. Desde que P. Schweitzer demostró en 1965 que la categoría de Sp(2) es tres, no hubo progreso alguno, hasta que en 2003 probamos que la categoría de Sp(3) es cinco [Fernández-Suárez, L.; Gómez Tato, A; J. Strom; Tanré, D. 2004]. Posteriormente y de manera independiente, N. Iwase y M. Mimura llegaron al mismo resultado con técnicas distintas.
En general sólo se sabe que la categoría de Sp(n) está acotada inferiormente por n+2, pero no se conoce una cota superior aceptable, aunque se conjetura que la categoría es 2n-1. En el caso particular de Sp(4) se deduce de un resultado reciente de J. Strom que la categoría es 6 o 7.

Publicaciones más destacadas:
- L. Fernández-Suárez, D. Tanré y A. Gómez Tato, *Hopf-Ganea Invariants and weak LS category*, Topology and its applications **115** (2001), 305-316.
- L. Fernández-Suárez, A. Gómez Tato, J. Strom y D. Tanré, *The Lusternik-Schnirelmann Category of Sp(3)*, Proc. Amer. Math. Soc. **132** (2004), 587-595.

Distribución cuantitativa de la investigación:
- Topología: 80%
- Geometría diferencial: 20%

Línea de investigación 2

LS categoría de foliaciones

Palabras clave:
Categoría de Lusternik-Schnirelmann, foliación

2000 Math. Subject Class.:
53C12, 57R30, 58B05

Descripción:
La categoría LS de foliaciones es un campo completamente nuevo, que ha tenido su origen en dos artículos nuestros [Colman, H.; Macias-Virgós, E., 2001] y [Colman, H.; Macias-Virgós, E., 2002]. En el reciente congreso Geometry and Foliations de Kyoto [Septiembre 2003] S. Hurder ha presentado un amplio survey sobre problemas abiertos en teoría de foliaciones, en el que dos secciones se refieren a categoría LS de foliaciones.

Bibliografía básica:

- S. Hurder y H. Colman, Tangential LS category and cohomology for foliations, en Lusternik-Schnirelmann category and related topics (South Hadley, MA, 2001), Contemp. Math., vol. 316, Amer. Math. Soc., 41-64.
- R. Langevin y P. Walczak, Transverse Lusternik-Schnirelmann category and non-proper leaves. Foliations: geometry and dynamics, Singapore: World Scientific. (2002), 351-354.
- W. Singhof y E. Vogt, *Tangential category of foliations*, Topology **42** (3) (2003), 603-627.

Investigador principal:
Enrique Macías Virgós

Dirección electrónica:
xtquique@usc.es

Investigadores implicados:

- Antonio Gómez Tato
- Manuel Francisco González Lázaro
- María Esperanza Sanmartín
- Antonio Sotelo

Grupos más destacados en el mundo: investigador e institución:

- Steven Hurder (University Illinois Chicago, USA)
- E. Vogt (Freie Universitat Berlin, Alemania)

Conexión con estos grupos (u otros):
En Chicago está una antigua doctoranda nuestra (H. Colman) y mantenemos contacto regular con S. Hurder. Lo mismo con E. Vogt (Berlin), R. Wolak (Cracovia) y P. Walczak (Varsovia).

Problemas abiertos:
<u>Cálculo de las categorías tangente y transversa de foliaciones.</u>
La categoría tangente cat(F) mide la complejidad topológica de las hojas. En [Singhof, W.; Vogt, E. 2003] se demuestra que, en una variedad compacta, cat(F) no supera la dimensión dim(F) de la foliación F. Posteriormente [Hurder, S.; Colman, H. 2001] dan una cota inferior cohomológica considerando la longitud del cup-producto en la sucesión espectral de F. Los problemas abiertos fundamentales son caracterizar las foliaciones para las que cat(F)=dim(F), relacionar cat(F) con la geometría de las hojas, y dar una definición de cat(F) al estilo de Whitehead y Ganea.
La categoría transversa cat(M/F) de una variedad foliada (M,F) juega el papel de categoría LS del espacio de hojas. Hemos dado generalizaciones en este contexto de resultados clásicos sobre puntos críticos (Lusternik-Schnirelmann, 1935) y categoría de una fibración (Varadarajan, 1965). Un problema fundamental es estudiar la finitud de este invariante. S. Hurder y P. Walczak han probado que una foliación con hojas compactas en una variedad compacta tiene cat(M/F) finita si y sólo si el espacio de hojas es Hausdorff. S. Hurder, R. Langevin y P. Walczak demostraron que para una foliación arbitraria la finitud de cat(M/F) implica la existencia de una hoja compacta. Otro problema abierto es dar buenas cotas cohomológicas para cat(M/F).

Publicaciones más destacadas:

- H. Colman y E. Macias-Virgós, *Transverse Lusternik-Schnirelmann category of foliated manifolds*, Topology **40** (2) (2001), 419-430.
- H. Colman y E. Macias-Virgós, *Tangential Lusternik-Schnirelmann category of foliations*, J. London Math. Soc. **65** (2002), 745-756.

Distribución cuantitativa de la investigación:

- Topología: 45%

- Geometría diferencial: 45%
- Ecuaciones diferenciales y sistemas dinámicos: 10%

Investigador principal del proyecto:
Antonio Martínez Cegarra

Título del proyecto:
Contribuciones a la clasificación algebraica de clases de homotopía

Institución:
Universidad de Granada

Línea de investigación 1

Álgebra homológica y homotópica

Palabras clave:
Categoría, homología, homotopía, tipos de homotopía, álgebra simplicial, categorías, estructuras de modelos, operadores y graduaciones, cohomología equivariante

2000 Math. Subject Class.:
18D10, 55U40, 55P15

Descripción:
Nuestra actividad investigadora aquí se enmarca en el campo de la teoría de homotopía algebraica, simplicial fundamentalmente. El núcleo central de nuestras acciones es la clasificación en términos algebraicos de los conjuntos de clases de homotopía de aplicaciones continuas entre espacios con un número pequeño de invariantes homotópicos no triviales, después de modelar adecuadamente, mediante estructuras algebraicas, el tipo de homotopía de tales espacios. En dirección contraria pretendemos también aprovechar los avances obtenidos en el ámbito topológico para atender al estudio de estructuras puramente algebraicas, mediante la consideración de sus correspondientes espacios clasificantes.

Bibliografía básica:

- P. G. Goerss, J. F. Jardine, Simplicial homotopy theory. PM 174, Birkhäuser (1999).
- S. Mac Lane, Categories for the Working Mathematician, GTM 5, Springer Berlin (1971)
- J. P. May, Simplicial Objects in Algebraic Topology, Van Nostrand, Princeton (1967).

Investigador principal:
Antonio Martínez Cegarra

Dirección electrónica:
acegarra@ugr.es

Investigadores implicados:
- Manuel Bullejos
- Pilar Carrasco
- Aurora del Río Cabezas
- Emilio Faro

- Jesús García Miranda
- Antonio Rodríguez Garzón

Grupos más destacados en el mundo: investigador e institución:
- J. P. May (University of Chicago, USA)
- R. Street (Macquarie University, Australia)

Conexión con estos grupos (u otros):
- E. Vitale (Universidad de Lovaina-la-Nueva, Bélgica)
- J. Duskin (SUNY at Búfalo, USA)

Problemas abiertos:
La realización geométrica de un complejo bisimplicial es la del espacio topológico simplicial que él define. El resultado es un CW-complejo con muchas celdas y difícil de manejar. Hay un camino diferente para asociar un espacio topológico a un conjunto bisimplicial, via la construcción bar $\overline{W}$. Este funtor es definido como el adjunto derecha al funtor Total-Dec de Illusie y, en contextos particulares como monoides simpliciales o grupoides simpliciales, su estudio se remonta a trabajos de Eilenberg y Mac Lane o de Dwyer y Kan. Es un problema abierto <u>conocer si el tipo de homotopía de un conjunto bisimplicial X es realmente modelado por el conjunto bisimplicial $\overline{W}X$</u>. Para subrayar la potencia real del teorema en cuestión, basta citar que resultados clásicos como el teorema de Eilenberg-Zilbert para un producto de complejos simpliciales o el propio teorema de Thomason sobre colímites homotópicos resultarían simples corolarios.

El estudio homotópico de los espacios que son doble espacio de lazos conduce al de las categorías monoidales con un trenzamiento (C,c). Avanzando en lo probado en [M. Bullejos, A. M. Cegarra, Classifying spaces for monoidal categories through geometric nerves**.** Canad. Math. Bull. (2004, por aparecer)], el problema es <u>obtener un "refinado" funtor de Quillen</u> Q$^+$: *Categorías monoidales trenzadas* $\rightarrow$ Ω^2*-espacios,* induciendo una equivalencia entre las correspondientes categorías de homotopía, mediante una composición de construcciones *Categorías monoidales trenzadas* $\overset{B}{\rightarrow}$ *Espacios* $\overset{\Omega.\Omega}{\rightarrow}$ *Espacios,* para un adecuado funtor clasificante $B(C,c) = |\overline{W}(C,c)|$, construido desde una adecuada modelización simplicial de las categorías monoidales trenzadas $(C,c) \rightarrow \overline{W}(C,c)$.

Publicaciones más destacadas:
- P. Carrasco y A. M. Cegarra, (Braided) tensor structures on homotopy groupoids and nerves of (braided) categorical groups, Comm. Algebra **24** (13) (1996), 3995-4058.
- A. R. Garzón y J. G. Miranda, *Homotopy theory for truncated weak equivalences of simplicial groups*, Math. Proc. Cambridge Philos. Soc. **121** (1) (1997), 51-74.
- A. R. Garzón y J. G. Miranda, *Serre homotopy theory in subcategories of simplicial groups*, J. Pure and Appl. Algebra **147** (2000), 107-123.
- A. M. Cegarra, J. M. García-Calcines y J. A. Ortega, *On graded categorical groups and equivariant group extensions*, Canad. J. Math. **54** (5) (2002), 970-997.
- M. Bullejos y A. M. Cegarra, *On the geometry of 2-categories and their classifying spaces,* K-Theory (2004), pendiente de publicación.

Distribución cuantitativa de la investigación:
- Topología: 50%
- Álgebra y teoría de números: 50%

Investigador principal del proyecto:
José María Montesinos Amilibia

Título del proyecto:
Estructuras geométricas de 3-variedades

Institución:
Universidad Complutense de Madrid

Línea de investigación 1

Estructuras geométricas de 3-variedades

Palabras clave:
Variedad, nudo, orbificie (*orbifold*)

2000 Math. Subject Class.:
57M50, 53C20

Descripción:
Se investigan las estructuras geométricas de las 3-variedades y 3-orbificies (geometría hiperbólica entre ellas) y las variedades aritméticas.
Se investigan nudos 2-universales.

Bibliografía básica:

- R. Benedetti y C. Petronio, *Lectures on Hyperbolic Geometry*, Universitext, Springer-Verlag, Berlin, 1992.
- M. Boileau y J. Porti, *Geometrization of 3-orbifolds of cyclic type*, Astérisque **272** (2001), 208 pp.
- J. G. Ratcliffe, *Foundations of Hyperbolic Manifolds*, Graduate Texts in Math., vol. 149, Springer-Verlag, New York, 1994.
- W. P. Thurston, *The Geometry and Topology of 3-manifolds*, Princeton Math. Dept., 1979.

Investigador principal:
José María Montesinos Amilibia

Dirección electrónica:
montesin@mat.ucm.es

Investigadores implicados:
- Hugh M. Hilden
- María Teresa Lozano
- Débora Tejada
- Margarita Toro
- Rubén Vígara

Grupos más destacados en el mundo: investigador e institución:
- William Thurston (Davis)
- Joan Porti – Michel Boileau (UAB, Toulouse)

Conexión con estos grupos (u otros):
Existen varias.

Problemas abiertos:
Conjetura de Geometrización.
¿Toda variedad hiperbólica está cubierta por una hiperbólica fibrada?
¿Existen nudos 2-universales hiperbólicos?

Publicaciones más destacadas:

- H. M. Hilden, Mª T. Lozano y J. M. Montesinos-Amilibia, *Universal 2-bridge knot and link orbifolds*, J. Knot Theory Ramifications **2** (2) (1993), 141-148.
- H. M. Hilden, Mª T. Lozano y J. M. Montesinos-Amilibia, *On the arithmetic 2-bridge knots and link orbifolds and a new knot invariant*, J. Knot Theory Ramifications **4** (1) (1995), 81-114.
- H. M. Hilden, Mª T. Lozano y J. M. Montesinos-Amilibia, *On a remarkable polyhedron geometrizing the figure eight knot cone manifolds*, J. Math. Sci. Univ. Tokyo **2** (3) (1995), 501-561.
- H. M. Hilden, Mª T. Lozano y J. M. Montesinos-Amilibia, *On volumes and Chern-Simons invariants of geometric 3-manifolds*, J. Math. Sci. Univ. Tokyo **3** (3) (1996), 723-744.
- H. M. Hilden, Mª T. Lozano y J. M. Montesinos-Amilibia, *Volumes and Chern-Simons invariants of cyclic coverings over rational knots*, *Topology and Teichmüller spaces* (Katinkulta, 1995), 31--55, World Sci. Publishing, River Edge, NJ, 1996.
- H. M. Hilden, Mª T. Lozano y J. M. Montesinos-Amilibia, *The Chern-Simons invariants of hyperbolic manifolds via covering spaces*, Bull. London Math. Soc. **31** (3) (1999), 354-366.
- H. M. Hilden, Mª T. Lozano y J. M. Montesinos-Amilibia, *On the character variety of tunnel number 1 knots*, J. London Math. Soc. **62** (3) (2000), 938-950.
- H. M. Hilden, Mª T. Lozano y J. M. Montesinos-Amilibia, *On the character variety of periodic knots and links*, Math. Proc. Cambridge Philos. Soc. **129** (3) (2000), 477-490.

Distribución cuantitativa de la investigación:

- Topología: 100%

Investigador principal del proyecto:
Joan Porti Piqué

Título del proyecto:
Geometría diferencial: foliaciones lagrangianas, métricas singulares e integrales de curvatura en espacios hiperbólicos

Institución:
Universitat Autònoma de Barcelona

Línea de investigación 1

Estructuras geométricas en variedades tridimensionales

Palabras clave:
Topología tridimensional, variedad hiperbólica

2000 Math. Subject Class.:
57M50

Descripción:
Los trabajos de Thurston en los años 1970 revolucionaron la topología de variedades de dimensión tres. A partir de entonces los métodos utilizados para el estudio de estas variedades no se limitan a la topología clásica y entran en la geometría diferencial. De ser cierta, la conjetura de geometrización de Thurston tendría muchas consecuencias para la topología de variedades de dimensión tres, siendo la más conocida la respuesta positiva a la conjetura de Poincaré. Además constituiría una etapa muy importante para una posible clasificación de las variedades de dimensión tres.
Utilizando métricas homogéneas con singularidades cónicas, hemos demostrado un caso particular de la conjetura de geometrización. Las técnicas y resultados interaccionan con la teoría geométrica de grupos.

Bibliografía básica:

- D. Cooper, C. Hodgson y S. Kerckhoff, *Three-dimensional Orbifolds and Cone-Manifolds*, MSJ Memoirs, Math. Soc. of Japan, 2000.
- W. Thurston, Three dimensional manifolds, Klenian groups and hyperbolic geometry, Bull. Amer. Math. Soc. **6** (1981), 357-381.
- W. Thurston, *Three-Dimensional Geometry and Topology*, Princeton University Press, Princeton NJ, 1997.

Investigador principal:
Joan Porti

Dirección electrónica:

porti@mat.uab.es

Grupos más destacados en el mundo: investigador e institución:
- G. Perelman (St. Petersburg branch of Steklov Mathematical Institute)
- P.B. Shalen (University of Illinois at Chicago)

Conexión con estos grupos (u otros):
Contactos con P.B. Shalen, discusiones sobre los trabajos respectivos.
D. Cooper, discusiones sobre los trabajos respectivos y proyecto de colaboración.

Problemas abiertos:

La conjetura de geometrización de Thurston afirma que toda variedad de dimensión tres descompone de manera canónica en variedades con una métrica homogénea. Un caso particular lo constituye la conjetura de Poincaré. Dicha descomposición topológica canónica se debe a los trabajos de Kneser y Milnor par una primera etapa, y Jaco, Shalen y Johanson en una segunda.

Se han demostrado algunos casos: variedades suficientemente grandes, con simetrías, o con una métrica con curvatura de Ricci positiva. Este último caso se debe a Hamilton en 1982, que propuso un programa para demostrar la conjetura mediante el flujo de Ricci. Recientemente Perelman ha hecho avanzar espectacularmente este programa, hasta el punto que anuncia la demostración de la conjetura.

Clasificación topológica de variedades de dimensión tres. ¿Hay una manera de dar la lista de todas las variedades de dimensión tres, sin repeticiones? ¿Hay invariantes topológicos que nos permiten distinguir variedades no homeomorfas?

Hasta que Thurston enunció su conjetura, la cuestión de la clasificación parecía inabordable. Una vez la conjetura esté demostrada, el problema será equivalente a clasificar las variedades hiperbólicas, a pesar de que esto sigue siendo un problema difícil. Gracias al teorema de rigidez de Mostow, los invariantes geométricos de variedades hiperbólicas también son topológicos. Sin embargo, no contribuyen a resolver el problema.

Publicaciones más destacadas:

- J. Porti, Regenerating hyperbolic and spherical structures from Euclidean ones, Topology **37** (1998), 369-392.
- M. Boileau y J. Porti, *Geometrization of 3-orbifolds of cyclic type*, Astérisque **272**, 2001.
- M. Heusener, J. Porti y E. Suárez, *Regenerating singular hyperbolic structures from Sol*, J. Diff. Geom. **59** (2001), 349-473.
- J. Porti, Regenerating hyperbolic cone structures from Nil, Geometry and Topology **6** (2002).
- M. Boileau, B. Leeb y J. Porti, *Geometrization of 3-dimensional orbifolds*, Ann. Math., pendiente de publicación.

Distribución cuantitativa de la investigación:

- Topología: 60%
- Geometría diferencial: 40%

Investigador principal del proyecto:
Antonio Quintero Toscano

Título del proyecto:
Desarrollo de la topología algebraico-geométrica de los espacios no compactos

Institución:
Universidad de Sevilla

Línea de investigación 1

Homotopía propia

Palabras clave:
Homotopía propia, álgebra controlada, invariantes homotópicos

2000 Math. Subject Class.:
55P57, 55P15, 55M30

Descripción:
La ausencia de compacidad obliga a tratar con los puntos “ideales" en el infinito (llamados finales del espacio). Para ello es necesario restringir el marco de trabajo a una categoría cuyos morfismos sean “continuos en el infinito” que recibe el nombre de categoría propia. Nuestra línea de trabajo se inscribe dentro del programa lanzado por J.H.C. Whitehead en 1950 con el nombre de “homotopía algebraica” y consiste esencialmente en:
1) Clasificar los tipos de homotopía propia de poliedros localmente compactos por medio de datos algebraicos adecuados (la naturaleza de estos datos es desconocida a priori).
2) Computar los conjuntos de clases de homotopía de aplicaciones propias entre poliedros localmente compactos por medio de datos algebraicos.

Bibliografía básica:

- H.J. Baues, *Algebraic Homotopy*, Cambridge Studies in Advanced Maths., vol. 15, Cambridge Univ. Press, 1989.
- H.J. Baues, *Combinatorial Foundations of Homology and Homotopy*, Springer Monographs in Math., Springer, 1999.
- H.J. Baues y A. Quintero, *Infinite Homotopy Theory*, K-monographs, vol. 7, Kluwer Academic Publishers, 2001.

Investigador principal:
Antonio Quintero Toscano

Dirección electrónica:
quintero@us.es

Investigadores implicados:
- Rafael Ayala
- Manuel Cárdenas

- Francisco F. Lasheras
- Fernando Muro

Grupos más destacados en el mundo: investigador e institución:
Hans J. Baues (Max-Planck Institut für mathematik, Bonn)

Conexión con estos grupos (u otros):
Trabajos conjuntos, visitas regulares, convenios de cooperación en el pasado con el Profesor Baues.

Problemas abiertos:
Las estructuras algebraicas en homotopía propia pertenecen al álgebra controlada. El análogo "controlado" de un grupo abeliano puede llegar a tener dimensión proyectiva 2. Esto implica la no unicidad de espacios de Moore propios y la no existencia en general de descomposiciones de homología en la categoría propia.
Los funtores cuadráticos en álgebra controlada han sido definidos y se han obtenido varias clases de invariantes cohomológicos propios que llevan a la clasificación algebraica de la homotopía propia estable de CW-complejos 1-conexos de dimensión cuatro con menos de tres finales. Queda abierto el problema de completar esta clasificación y como caso especialmente importante la <u>categoría homotópica de las 4-variedades abiertas propiamente 1-conexas</u>.
Además de los invariantes algebraicos, invariantes numéricos como es la categoría LS, han despertado mucho interés en topología algebraica. La versión propia de la categoría LS ha servido para caracterizar los espacios euclídeos como los únicos tipos de homotopía propia de variedades abiertas con categoría LS propia 2. En dimensión 3 se ha determinado también la categoría LS propia de una relevante clase de variedades de Whitehead, que ha requerido un estudio previo de los espacios de categoría LS propia 2, primer paso en el intento de caracterizar de la categoría LS propia de las 3-variedades abiertas por el pro-grupo fundamental de la variedad. Para variedades compactas la relación entre categoría LS y grupos fundamentas se ha conocido sólo recientemente.

Publicaciones más destacadas:
- R. Ayala, E. Domínguez, A. Márquez y A. Quintero, *Moore spaces in proper homotopy*, Tsukuba J. Math **19** (1995), 305-327.
- R. Ayala y A. Quintero, *On the notion of Ganea strong category in proper homotopy*, Proc. Edin. Math. Soc. **41** (1998) 247-263.
- H. J. Baues y A. Quintero, *Infinite Homotopy Theory*, K-Monographs in Mathematics, vol. 6, Kluwer Publishers, 2001.
- R. Ayala, M. Cárdenas, F. Muro y A. Quintero, *Projective dimension in proper homotopy theory*, Comm. in Algebra **31** (2003), 5995-6017.
- F. Muro, *Suspensions of crossed and quadratic complexes, co-H-structures and applications*, Trans. Amer. Math. Soc., pendiente de publicación.

Distribución cuantitativa de la investigación:
- Topología: 70%
- Álgebra y teoría de números: 30%

Línea de investigación 2

3-realización propia de grupos finitamente presentados

Palabras clave:
2-poliedro, 3-variedad, grupo 3-realizable

2000 Math. Subject Class.:
57M07, 57M10, 57M20

Descripción:
Nuestro interés se centra en la teoría de geométrica de grupos: si G es un grupo y un 2-poliedro finito X con grupo fundamental G, algunos de los invariantes propios del recubridor universal de X son invariantes del grupo G relacionados con la cohomología de G con coeficientes en el grupo-anillo. Que la segunda cohomología sea siempre abeliana es un problema abierto relacionado con la semiestabilidad de G en el infinito, esto es, si cualesquiera dos rayos del recubridor de X que definan el mismo final de Freudenthal son de hecho propiamente homotópicos. En estrecha relación con estos problemas, la línea de investigación trazada aborda el problema de la 3-realización propia de un grupo; esto es, si existe un 2-poliedro cuyo grupo fundamental sea G y cuyo recubridor universal sea del tipo de homotopía propia de una 3-variedad.

Bibliografía básica:

- K. S. Brown, *Cohomology of groups*, Graduate Texts in Math., Springer-Verlag, 1994.
- R. Geoghegan, *Topological methods in group theory*, libro pendiente de publicación.
- C. Hog-Angeloni, W. Metzler y A. J. Sieradski (eds.), *Two-Dimensional Homotopy and Combinatorial Group Theory*, Cambridge University Press, 1993.

Investigador principal:
Francisco J. Fernández Lasheras

Dirección electrónica:
lasheras@us.es

Investigadores implicados:
- Rafael Ayala
- Manuel Cárdenas
- Fernando Muro
- Antonio Quintero

Grupos más destacados en el mundo: investigador e institución:
- M. Mihalik (Universidad de Vanderbilt, Estados Unidos)
- D. Repovs (Universidad de Ljubljana, Eslovenia)

Conexión con estos grupos (u otros):
Contactos regulares, visitas frecuentes, trabajos conjuntos y acciones de cooperación con D. Repovs.

Problemas abiertos:
Relacionado con la conjetura de Hopf sobre el carácter libre de la segunda cohomología de un grupo G y la propiedad de semiestabilidad del mismo, estudiamos el problema de <u>determinar si todo grupo es 3-realizable propiamente</u>. Una respuesta afirmativa demostraría la conjetura de Hopf.
Algunos resultados ya obtenidos este problema son:
(a) para la clase de la cuasi-superficies sin vértices “de tipo III" el grupo es 3-realizable
(b) hay grupos 3-realizables para los que no se pueden evitar esos vértices
(c) son 3-realizables los grupos con cero y dos finales y grupos que son el grupo fundamental de ciertos grafos de grupos 3-realizables
(d) si se toma la suma punteada con una esfera, la 3-realización no depende del 2-poliedro elegido.

Publicaciones más destacadas:

- F. F. Lasheras, *Universal covers and 3-manifolds*, J. Pure Appl. Alg. **151** (2000), 163-172.
- F. F. Lasheras, *A note on fake surfaces and universal covers*, Topology and its Appl. **125** (2002), 497-504.
- R. Ayala, M. Cárdenas, F. F. Lasheras y A. Quintero, *Properly 3-realizable groups*, Proc. Amer. Math Soc., pendiente de publicación.
- M. Cárdenas y F. F. Lasheras, *On properly 3--realizable groups*, Topology and its Appl., pendiente de publicación.
- M. Cárdenas y F. F. Lasheras, *Properly 3-realizable groups: a survey*, Contemp. Math., pendiente de publicación.

Distribución cuantitativa de la investigación:

- Topología: 80%
- Álgebra y teoría de números: 20%

Investigador principal del proyecto:
Salvador Romaguera

Título del proyecto:
Modelos de la topología no simétrica y del álgebra topológica en ciencia de la computación, matemática *fuzzy* y sistemas *fuzzy*

Institución:
Universitat Politècnica de València

Línea de investigación 1

Topología no simétrica y álgebra topológica. Aplicaciones a la teoría de ciencia de la computación

Palabras clave:
Casi-métrica, norma asimétrica, (semi)grupo topológico

2000 Math. Subject Class.:
54E35, 54H11, 54E15

Descripción:
Estamos interesados en el desarrollo de modelos matemáticos basados, principalmente, en los métodos y técnicas de la topología no simétrica y del álgebra topológica, que proporcionen un marco adecuado para explicar diversos procesos que aparecen en ciencia de la computación, principalmente en teoría de la programación. También estamos interesados en el estudio de la teoría originada por tales estructuras, con la ayuda de los conceptos de monoide métrico parcial, semigrupo casi-métrico ponderado y cono normado. En este desarrollo teórico los siguientes aspectos resultan interesantes: estudio de semigrupos casi-uniformes, obtención de teoremas de tipo Alaoglu y de casi-metrización para topologías débiles, obtención de versiones asimétricas del teorema de Hörmander, con el fin de dotar de estructura de cono a ciertos hiperespacios provistos de la casi-métrica de Hausdorff, e investigación del problema de la compactación para estructuras casi-uniformes y grupos paratopológicos.

Bibliografía básica:

- P. Fletcher y W.F. Lindgren, *Quasi-Uniform Spaces*, Marcel Dekker, New York, 1982.
- H. P. A. Künzi, Nonsymmetric distances and their associated topologies: About the origins of the basic ideas in the area of asymmetric topology, Handbook of the History of General Topology, vol. 3, eds. C.E. Aull, R. Lowen. Kluwer Dordrecht, 2001.
- H. P. A. Künzi, Quasi-Uniform Spaces in the Year 2001, in: Recent Progress in General Topology II, Elsevier Sci. B.V., 2002.

Investigador principal:
Salvador Romaguera

Dirección electrónica:
sromague@mat.upv.es

Investigadores implicados:
- Carmen Alegre

- Luis M. García-Raffi
- Josefa Marín
- Sandra Oltra
- Jesús Rodríguez-López
- Miguel A. Sánchez-Granero
- Enrique A. Sánchez-Pérez
- Manuel Sanchis
- Oscar Valero

Grupos más destacados en el mundo: investigador e institución:
- H. P. A. Künzi (University of Cape Town)
- M. P. Schellekens (National University of Ireland)

Conexión con estos grupos (u otros):
H. P. A. Künzi (University of Cape Town)
M. P. Schellekens (National University of Ireland)

Problemas abiertos:
<u>Obtención de modelos satisfactorios de la topología asimétrica y del álgebra topológica para el análisis de lenguajes de programación y dominios de computación</u>. Desarrollo teórico de dichos modelos, con la ayuda de métricas parciales, casi-métricas ponderadas, monoides y conos topológicos, (casi-) métrica de Hausdorff, etc.
En 1994, S.G. Matthews introdujo las importantes nociones de casi-métrica ponderada y métrica parcial, demostrando su equivalencia, y su eficiencia como modelo en el estudio teórico de semánticas denotacionales. Recientemente, M.P. Schellekens (2003) ha establecido la correspondencia entre métricas parciales y semivaluaciones, y M. Escardo (2002), A. Seda (1997), y F.G. Arenas, M.L. Puertas y S. Romaguera (2002), han aplicado la estructura de métrica parcial como modelo en el análisis de algunos dominios computacionales: el dominio del intervalo, el dominio de las palabras, etc. Por otra parte, y como aplicación de las casi-uniformidades a teoría de programación y autómatas, J.E. Pin y P. Weil (1999), han obtenido correspondencias entre seudovariedades de semigrupos ordenados y variedades de casi-uniformidades. También han investigado algunas estructuras métricas y casi-métricas que se han mostrado útiles en lenguajes de programación. Estas aplicaciones han motivado un creciente interés en el desarrollo de las teoría de semigrupos y conos casi-métricos y casi-uniformes.

Publicaciones más destacadas:
- S. Romaguera y M. Sanchis, *Locally compact topological groups and cofinal completeness*, J. London Math. Soc. **62** (2000), 451-460.
- L. M. García-Raffi, S. Romaguera y E. A. Sánchez-Pérez, *Sequence spaces and asymmetric norms in the theory of computational complexity*, Math. Comput. Model **36** (2002), 1-11.
- S. Romaguera y M. A. Sánchez-Granero, *Completions and compactifications of quasi-uniform spaces*, Topology and its Appl. **123** (2002), 363-382.
- S. Romaguera y M. Sanchis, *Applications of utility functions defined on quasi-metric spaces*, J. Math. Anal. Appl. **283** (2003), 219-235.
- J. Rodríguez-López y S. Romaguera, *Wijsman and hit-and-miss topologies of quasi-metric spaces*, Set-Valued Anal. **11** (2003), 323-344.

Distribución cuantitativa de la investigación:
- Topología: 60%
- Álgebra y teoría de números: 5%
- Análisis matemático: 15%
- Matemática aplicada y computacional: 20%

Línea de investigación 2

Topología borrosa (*fuzzy*)

Palabras clave:
(casi-)métrica borrosa, compleción, hiperespacio

2000 Math. Subject Class.:
54A40, 54E50, 54B20

Descripción:
Estamos interesados en continuar con la elaboración de una teoría de espacios métricos borrosos y casi-métricos borrosos, definidos mediante t-normas continuas, con atención al análisis de los espacios vectoriales topológicos provistos de métricas borrosas y de los espacios vectoriales dotados de normas borrosoas. Desde el punto de vistas de las aplicaciones, también es interesante el estudio de las propiedades de algunas de las métricas fundamentales que se utilizan en lenguajes de programación (principalmente, la métrica de Hausdorff, y por tanto, estudio de hiperespacios desde un punto de vista fuzzy), comparándolas con las métricas estándar correspondientes.

Bibliografía básica:

- P. Diamond y P. Kloeden, *Metric Spaces of Fuzzy Sets. Theory and Applications*, World Sci. Publ., Singapore-New Jersey-London-Hong Kong, 1994.
- U. Höhle y S.E. Rodabaugh, eds., *Mathematics of Fuzzy Sets: Logic, Topology, and Measure Theory*, The Handbooks of Fuzzy Sets Series, vol. 3, Kluwer, Boston, 1999.

Investigador principal:
Valentín Gregori

Dirección electrónica:
vgregori@mat.upv.es

Investigadores implicados:
- Jesús Rodríguez-López
- Salvador Romaguera
- Manuel Sanchis
- Almanzor Sapena

Grupos más destacados en el mundo: investigador e institución:
- A. Sostak (University of Latvia)
- S. E. Rodabaugh (Youngstown Universitry)

Conexión con estos grupos (u otros):
A. Sostak (University of Latvia)
P. Veeramani (Indian Institute of Technology)

Problemas abiertos:
<u>Construcción de una teoría satisfactoria de hiperespacios en el contexto de los espacios métricos fuzzy definidos mediante t-normas continuas</u>. En particular, adaptación de la noción de métrica de Hausdorff y de otras métricas y casi-métricas propias de los lenguajes de programación al caso fuzzy, comparándolas entre sí y aplicándolas al estudio de algunos sistemas fuzzy (en particular, a procesos computacionales de programación matemática fuzzy).
En 1975, I. Kramosil y J. Michalek introdujeron y estudiaron una noción de métrica borrosa, basada en el uso de t-normas continuas, que está estrechamente relacionada con una clase de espacios métricos probabilisticos. En 1994, A. George y P. Veeramani presentaron una noción más fuerte de métrica borrosa que está dotada de propiedades ricas de continuidad. En particular, toda métrica es métrica borrosa en este sentido. En 2000, V. Gregori y S. Romaguera probaron que la equivalencia entre

metrizabilidad y metrizabilidad borrosa, obteniendo resultados sobre complitud y compacidad de espacios métricos borrosos. En 2002, presentaron un ejemplo de un espacio métrico borroso que no admite compleción métrica borrosa en el sentido de George y Veeramani. Recientemente, han obtenido una caracterización de los espacios métricos borrosos que son completables.

Publicaciones más destacadas:

- V. Gregori y S. Romaguera, *Some properties of fuzzy metric spaces*, Fuzzy Sets and Systems **115** (2000), 485-489.
- V. Gregori y S. Romaguera, *Fixed point theorems for fuzzy mappings in quasi-metric spaces*, Fuzzy Sets and Systems **115** (2000), 477-483.
- S. Romaguera y M. Sanchis, *On fuzzy metric groups*, Fuzzy Sets and Systems **124** (2001), 109-115.
- V. Gregori y A. Sapena, *On fixed point theorems in fuzzy metric spaces*, Fuzzy Sets and Systems **125** (2002), 245-253.
- V. Gregori y S. Romaguera, *On completion of fuzzy metric spaces*, Fuzzy Sets and Systems **130** (2002), 399-404.

Distribución cuantitativa de la investigación:

- Topología: 65%
- Fundamentos y lógica: 10%
- Análisis matemático: 10%
- Matemática aplicada y computacional: 15%

Investigador principal del proyecto:
María del Carmen Romero Fuster

Título del proyecto:
Teoría de singularidades, geometría genérica y morfología

Institución:
Universitat de València

Línea de investigación 1

Geometría genérica

Palabras clave:
Subvariedades, contactos, singularidades

2000 Math. Subject Class.:
53A07, 58K30, 58K05

Descripción:
La geometría genérica surge en la década de los 70 a raíz de unas observaciones de R. Thom acerca de las singularidades de las funciones distancia al cuadrado sobre superficies en R^3. El desarrollo de esta idea dio paso a una serie de investigaciones dirigidas a la profundización en la geometría diferencial de las subvariedades de espacios euclídeos. Este enfoque proporciona varias ventajas:

a) Contiene las herramientas apropiadas para analizar fenómenos relativos a contactos de orden superior de las subvariedades con modelos invariantes para la geometría del espacio ambiente.
b) Permite obtener conclusiones de tipo global de manera clara y elegante.
c) El caso general puede ser estudiado a partir de los fenómenos genéricos a través de procesos de paso al límite típicos en la topología diferencial.
d) Representa una visión dinámica de la geometría, permitiéndonos analizar la evolución de los fenómenos y la estabilidad de las propiedades frente a perturbaciones diversas.

Bibliografía básica:

- V. I. Arnol'd, S. M. Gusein-Zade y A. N. Varchenko, *Singularities of Differentiable Maps*, Birkhäuser Boston Inc., 1985.
- M. Kazarian, The Chern-Euler number of circle bundle via singularity theory, Math. Scand. **82** (1998).
- C. T. C. Wall, *Geometric properties of generic differentiable manifolds*, Geometry and topology (Proc. III Latin Amer. School of Math., Inst. Mat. Pura Aplicada CNPq, Rio de Janeiro, 1976), Lecture Notes in Math., vol. 597, Springer-Verlag, Berlin, 1977.

Investigador principal:
María del Carmen Romero Fuster

Dirección electrónica:
carmen.romero@uv.es

Investigadores implicados:

- Ángel Montesinos Amilibia
- Juan José Nuño
- Esther Sanabria
-

Grupos más destacados en el mundo: investigador e institución:

- J. W. Bruce (Universidad de Liverpool, Inglaterra)
- V. I. Arnol'd (Universidades de Moscú y París 9)

Conexión con estos grupos (u otros):
Trabajos conjuntos con V. D. Sedykh (Grupo de Moscú) y con el grupo de singularidades del Instituto de Ciencias Matemáticas e da Computação de São Carlos (Universidad de São Paulo, Brasil).

Problemas abiertos:
<u>Descripción de la dinámica asociada a la geometría extrínseca de las subvariedades en diversos espacios ambiente desde los puntos de vista local y global</u>:
a) Estudio de la estabilidad estructural de los campos de direcciones asintóticas asociados a los contactos de subvariedades con hiperplanos en espacios ambiente adecuados (euclídeo, Minkowski, hiperbólico, etc.).
b) Estudio de las direcciones de contacto y de sus propiedades genéricas locales y globales en el contexto lagrangiano generalizando, en la medida de lo posible, los resultados conocidos de tipo global sobre umbílicos de superficies en R^3.
c) Extensión de la conjetura de Caratheodory a superficies en R^4: Toda superficie lisa compacta y sin frontera, convexamente inmersa en R^4 tiene al menos 2 puntos de inflexión.
<u>Existencia de inmersiones regulares de superficies cerradas en R^5</u>: El concepto de inmersión k-regular de una subvariedad en R^n fue introducido y estudiado por E.A. Feldman y W. F. Pohl. La Superficie de Veronese determina una inmersión regular de orden 2 de la esfera en R^5. No se conocen inmersiones 2-regulares de superficies con género no nulo en R^5. Hemos visto recientemente que este problema puede ser abordado en términos del estudio de las singularidades de la familia de funciones altura sobre la superficie, pero la respuesta al problema aún no se conoce.
El problema del h-Principio introducido por M.Gromov se traduce, en este caso, en: Dada cualquier inmersión f de M en R^n, n>4 ¿Es posible deformar homotópicamente f en una inmersión 2-regular? La respuesta es afirmativa para n >5 (M. Gromov & Y. Eliashberg (1971)), pero no se sabe nada en el caso de las inmersiones de superficies R^5.

Publicaciones más destacadas:

- D. K. H. Mochida, M. C. Romero Fuster y M. A. S. Ruas, *The geometry of surfaces in 4-space from a contact viewpoint*, Geom. Dedicata **54** (1995).
- S. I. R. Costa y M. C. Romero Fuster, *Nowhere vanishing torsion closed curves always hide twice*, Geom. Dedicata **66** (1997).
- R. A. Garcia, D. K. H. Mochida, M.C. Romero Fuster y M. A. S. Ruas, *Inflection points and topology of surfaces in 4-space*, Trans. Amer. Math. Soc. **352** (2000).
- A. Montesinos Amilibia y J.J. Nuño Ballesteros, *The self-linking number of a closed curve in R^n*, J. Knot Theory Ramifications **9** (2000).
- A. Montesinos Amilibia, M. C. Romero Fuster y E. Sanabria Codesal, *Conformal curvatures of curves in R^{n+1},* Indag. Math. (N.S.) **12** (2001).

Distribución cuantitativa de la investigación:

- Topología: 50%
- Geometría diferencial: 30%
- Ecuaciones diferenciales y sistemas dinámicos: 20%

Línea de investigación 2

Invariantes de aplicaciones

Palabras clave:
Singularidades, clasificación, invariantes

2000 Math. Subject Class.:
58K30, 32S30, 58K60

Descripción:
Estudiamos invariantes locales analíticos o topológicos de singularidades reales o complejas, los cuales se basan en contar el número de singularidades de un determinado tipo que aparecen en una deformación genérica [G]. El objetivo es encontrar expresiones algebraicas de dichos invariantes, usando técnicas como la clausura integral de ideales, poliedros de Newton y sistemas no degenerados. Por otro lado, en el caso real, también estudiamos problemas de tipo global, usando las técnicas de Vassiliev [V] que consisten en el análisis de las transiciones locales de diversas codimensiones que aparecen en las familias genéricas de las aplicaciones de interés. Por último, buscamos fórmulas que relacionen el número de singularidades de una aplicación genérica entre variedades diferenciables [S].

Bibliografía básica:

- [G] T. Gaffney, Polar multiplicities and equisingularity of map germs, Topology **32** (1993), 185-223.
- [S] O. Saeki, The present state and prospects of the global theory of singularities of differentiable mappings, Sugaku **48** (1996), 385-399.
- [V] V. Vassiliev, Complements of discriminants of smooth maps: topology and applications, Translations of Maths. Monographs AMS, 1992.

Investigador principal:
Juan José Nuño Ballesteros

Dirección electrónica:
Juan.Nuno@upv.es

Investigadores implicados:
- Carles Bivià Ausina
- María del Carmen Romero Fuster
- Esther Sanabria

Grupos más destacados en el mundo: investigador e institución:
- D. Mond (University of Warwick)
- V. Vassiliev (Universidad de Moscú)

Conexión con estos grupos (u otros):
Grupo de singularidades del Instituto de Ciencias Matemáticas e da Computação de São Carlos (Universidad de São Paulo, Brasil).
Grupo de singularidades de las Universidades de Hokkaido y Saitama (Japón).

Problemas abiertos:
Mutiplicidad de los estratos de Thom-Boardman. Se trata de determinar aquellos estratos de Thom-Boardman en el espacio de jets cuyo anillo local asociado es Cohen-Macaulay. Esto permite calcular el número de puntos de este tipo que aparecen en una deformación genérica de un germen de aplicación analítica finitamente determinada. Este estudio fue comenzado por Nuño y Saia (Glasgow Math. J. 1998) y los avances más recientes son debidos a Fukui y Weyman (Proc. London Math. Soc., 2000). Otra línea dentro de este problema trata el caso no Cohen-Macaulay usando técnicas más sofisticadas de multiplicidades de ideales Bivià y Nuño (Proc. Roy. Soc. Edinburgh

Sect. A, 2001), así como el uso de poliedros de Newton en el cálculo de clausuras integrales de ideales (Bivià, Fukui y Saia, Math. Proc. Cambrigde Phil. Soc., 2000).
Fórmulas sobre la característica de Euler en aplicaciones genéricas. Dada una aplicación genérica de una variedad compacta en otra variedad, queremos obtener fórmulas que relacionen el número de singularidades de esta aplicación. Por ejemplo, es bien conocido que dada una función de Morse f:M->R sobre una variedad compacta y sin frontera M, la suma de los índices de los puntos singulares es igual a la característica de Euler de M. Otras fórmulas del mismo tipo son la de Quine (Trans. A.M.S., 1978) para apliaciones entre superficies y la de Szücs (Bull. London Math. Soc., 1986) para superficies o la de Izumiya y Marar (J. Geom., 1996) para superficies en R^3. Recientemente, Nuño y Saeki (Math. Proc. Cambrigde Phil. Soc., 2001) han obtenido generalizaciones de estas fórmulas para aplicaciones de M^n en N^{n+1}.

Publicaciones más destacadas:

- T. Fukui, J. J. Nuño Ballesteros y M. J. Saia, *On the number of singularities in generic deformations of map germs*, J. London. Math. Soc. **58** (1998), 141-152.
- C. Bivià Ausina y J. J. Nuño Ballesteros, *The deformation multiplicity of a map germ with respect to a Boardman symbol*, Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A **131** (2001), 1003-1022.
- J. J. Nuño Ballesteros y O. Saeki, *Euler characteristic formulas for simplicial maps*, Math. Proc. Cambridge Philos. Soc. **130** (2001), 307-331.
- C. Mendes de Jesus y M. C. Romero Fuster, *Bridges, channels and Arnold's invariants for generic plane curves*, Topology and its Appl. **125** (3) (2002), 505-524.
- C. Bivià Ausina, Lojasiewicz exponents, the integral closure of ideals and Newton polyhedra, J. Math. Soc. Japan **55** (2003), 655-668.

Distribución cuantitativa de la investigación:

- Topología: 50%
- Álgebra y teoría de números: 20%
- Geometría algebraica: 20%
- Análisis matemático: 10%

Investigador principal del proyecto:
Francisco Romero Ruiz del Portal

Título del proyecto:
Teoría de la forma y dinámica topológica

Institución:
Universidad Complutense de Madrid

Línea de investigación 1

Teoría de la forma

Palabras clave:
Teoría de la forma, ANR, homotopía

2000 Math. Subject Class.:
55P55, 54C56

Descripción:
Las nociones y construcciones clásicas de la teoría de homotopía no son adecuadas en general para el estudio de las propiedades globales de los espacios topológicos con "mal comportamiento local".
Por ejemplo, los grupos de homotopía de espacios como los solenoides se anulan a pesar de que no se trata de espacios "globalmente triviales". La teoría de la forma está pensada para corregir este desajuste. Restringiéndonos a espacios con buen comportamiento local como los poliedros, CW-complejos o más generalmente los ANRs, las teorías de homotopía y de la forma coinciden. Por tanto, la teoría de la forma puede verse como una extensión apropiada de la teoría de homotopía para estudiar espacios topológicos arbitrarios.

Bibliografía básica:
- K. Borsuk, *Theory of Shape*, Polish Scientific Publishers, Warsaw, 1975.
- J. Dydak y J. Segal, *Shape Theory: An introduction*, Lecture Notes in Math., vol. 688, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1978.
- S. Mardesic y J. Segal, *Shape Theory: The inverse system approach*, North Holland, Amsterdam, 1982.

Investigador principal:
- Manuel Alonso Morón

Dirección electrónica:
- MA_Moron@mat.ucm.es

Investigadores implicados:
- Eduardo Cuchillo
- Jerzy Dydak
- Antonio Giraldo
- José M. Rodríguez Sanjurjo
- Francisco Romero Ruiz del Portal

Grupos más destacados en el mundo: investigador e institución:
- Jerzy Dydak (University of Tennessee, Knoxville, TN, USA)

- Sibe Mardesic (University of Zagreb, Croacia)

Conexión con estos grupos (u otros):
Jerzy Dydak (University of Tennessee, Knoxville, TN, USA)
Sibe Mardesic (University of Zagreb, Croacia).

Problemas abiertos:
Si en una sucesión decreciente de ANRs compactos se retracta cada uno en el siguiente ¿es la intersección dominada por un poliedro en la categoría de la forma? Se trata del problema más antiguo entre los no resueltos en teoría de la forma. Fue planteado por Karol Borsuk en 1969. Diversos casos particulares han sido resueltos por el propio Borsuk, L.S. Husch, S. Singh y miembros del presente equipo investigador. La solución a este problema tiene implicaciones sobre otros problemas abiertos en Topología Geométrica.
¿Es todo bimorfismo en la categoría de la forma un bimorfismo en pro-H? ¿Es un isomorfismo débil? Si un morfismo entre compactos es un monomorfismo y un epimorfismo, ¿es un isomorfismo? Si existe un monomorfismo fuerte de un continuo X en un poliedro compacto P entonces ¿es X movible? Si un compacto es movible es también movible punteado?
Algunas de las cuestiones planteadas en el Problema 2 son más fuertes que el famoso problema de Borsuk enunciado anteriormente. Hemos dado un ejemplo de un espacio métrico no compacto que no es movible y admite monomorfismos fuertes a poliedros. Diversos aspectos del problema han sido tratados por J. Dydak, D.R. McMillan, J. Krasinkiewicz y miembros del equipo investigador.

Publicaciones más destacadas:
- J. M. R. Sanjurjo, *Multihomotopy, Cech spaces of loops and shape groups*, Proceedings London Math. Soc. **69** (1994), 330-344.
- Giraldo y J. M. R. Sanjurjo, *Strong multihomotopy and Steenrod loop spaces*, Journal Math. Society Japan **47** (1995), 475-489.
- M. A. Morón y F. R. Ruiz del Portal, *Shape as a Cantor Completions process*, Math. Z., **225** (1997), 67-86.
- M.A. Morón y F.R. Ruiz del Portal, *On weak shape equivalences*, Topology and its Appl. **92** (1999), 225-236.
- A. Giraldo, M. A. Morón, F. R. Ruiz del Portal y J. M. R. Sanjurjo, *Finite approximations to Cech homology*, J. Pure and Appl. Algebra **163** (2001), 81-92.

Distribución cuantitativa de la investigación:
- Topología: 80%
- Álgebra y teoría de números: 20%

Línea de investigación 2

Dinámica topológica

Palabras clave:
Atractor, índice del punto fijo, índice de Conley

2000 Math. Subject Class.:
54H20, 58J20

Descripción:
La teoría de sistemas dinámicos comenzó como una rama de la teoría de las ecuaciones diferenciales ordinarias con los trabajos de H. Poincaré al final del siglo XIX. I. Bendixon estudió las propiedades topológicas de las ecuaciones diferenciales autónomas en el plano. De forma simultánea con Poincaré, A.M Lyapunov desarrolló su teoría de estabilidad. Dio forma precisa a las nociones de estabilidad, estabilidad asintótica, etc. y propuso su método "directo" para el análisis de la estabilidad de una solución. En el estudio de la estabilidad nace de manera natural la noción de atractor. El estudio de las propiedades que un espacio X induce sobre un atractor global de un sistema dinámico definido en X es una de las líneas de investigación relativamente recientes en este campo. En este aspecto, dada la complicada estructura topológica que pueden tener dichos subespacios, la teoría de la forma se ha revelado como un buen instrumento para estudiar propiedades del atractor a partir de las propiedades del espacio de fases.

Bibliografía básica:

- N. P. Bhatia y G. P. Szego, *Stability Theory of Dynamical Systems*, Die Grundlehren der Math., Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1970.
- B. Conley, Isolated invariant sets and the Morse index, Amer. Math. Soc. CBMS **38**, 1978.
- K. Mischaikow y M. Mrozek, *Conley index*, Handbook of dynamical systems, vol. 2 (2002), North-Holland, Amsterdam, 393-460.

Investigador principal:
- José Manuel Rodríguez Sanjurjo

Dirección electrónica:
- Jose_Sanjurjo@mat.ucm.es

Investigadores implicados:
- Manuel Alonso Morón
- Antonio Giraldo
- Juan Margalef
- Francisco Romero Ruiz del Portal
- José Manuel Salazar Crespo

Grupos más destacados en el mundo: investigador e institución:
- Ricardo Pérez Marco (UCLA, Los Angeles, USA)
- P. Le Calvez, J.C. Yoccoz (Universidad de Paris XIII y Colegio de Francia)

Conexión con estos grupos (u otros):
Ricardo Pérez Marco (UCLA)
James Keesling (Universidad de Florida)

Problemas abiertos:
A partir de una traslación del plano construir un homeomorfismo de índice cero cuyas ramas estables e inestables sean pseudoarcos. Usando la construcción anterior obtener homeomorfismos de índice -n arbitrario con ramas estables e inestables que sean pseudoarcos. Demostrar que los homeomorfismos del plano de índice -n arbitrarios con ramas estables e inestables que sean pseudoarcos son genéricos en el espacio de los homeomorfismos de índice –n. Usando aplicaciones conformes clasificar salvo semiconjugación local los homeomorfismos del plano cuyos conjuntos estables e inestables son localmente conexos a partir del índice de punto fijo de todas sus iteraciones.
Los antecedentes del problema anterior se remontan al problema de Ulam de la existencia de homeomorphismos minimales en $R^2 \setminus \{K\}$, K finito, que fue resuelto, en sentido negativo, por P. Le Calvez y J.C. Yoccoz (Annals of Math (1997)). Miembros del

equipo investigador hemos utilizado técnicas motivadas por el índice de Conley y las filtraciones de Franks y Richeson para atacar el problema y resolver distintas cuestiones relacionadas.
¿Existe una caracterización topológica (basada en invariantes de teoría de la forma) de los compactos finito-dimensionales K que pueden ser atractores de flujos en variedades de modo que K contenga una orbita densa? Si K es un atractor global de un flujo en un espacio métrico, ¿bajo que condiciones es cierto que la inclusión de (K,k) en (X,k) induce una equivalencia en la categoría de forma para todo punto k de K? ¿Es posible encontrar una condición dinámica *C* tal que un compacto finito-dimensional K es movible si y sólo si K se puede sumergir como conjunto invariante de un flujo en una variedad de modo que satisface la condición *C*? ¿Es posible aplicar la teoría de la forma para estudiar las descomposiciones de Morse del atractor global de las ecuaciones de Lorenz?
Los antecedentes de este problema se remontan a diversos resultados sobre propiedades topológicas de los atractores en las que se utilizan la teoría de la forma y la teoría del índice de Conley como instrumentos importantes. Estos resultados han sido obtenidos, entre otros, por H. Hastings, B. Gunther, J. Segal, L. Kapitanski, I. Rodnianski, J. Robinson y miembros del equipo investigador.

Publicaciones más destacadas:

- A. Giraldo y J. M. R. Sanjurjo, On the global structure of invariant regions of flows with asymptotically stable attractors, Math. Z. **232** (1999), 739-746.
- A. Giraldo, M. A. Morón, F. R. Ruiz del Portal y J. M. R. Sanjurjo, *Some duality properties of non-saddle sets*, Topology ans its Appl. **113** (1-3) (2001), 51-59.
- F. R. Ruiz del Portal, J. M. Salazar, Fixed point index of iterations of local homeomorphisms of the plane: a Conley index approach, Topology **41** (6) (2002), 1119-1212.
- J. M. R. Sanjurjo, Morse equations and unstable manifolds of isolated invariant sets, Nonlinearity **16** (4) (2003), 1435-1448.
- F. R. Ruiz del Portal, *Planar isolated fixed points have index equal to 1*, J. Diff. Equations, pendiente de publicación.

Distribución cuantitativa de la investigación:

- Topología: 60%
- Ecuaciones diferenciales y sistemas dinámicos: 40%

3. Formación

Contenido, criterios y fuentes de información

A fin de poder apreciar la evolución de la investigación en topología, este capítulo está referido al período enero de 1994 a diciembre de 2003. Se reseñan en él:

- Los becarios postdoctorales españoles en el extranjero, clasificados según que su beca haya sido otorgada por la Comisión Europea, por los ministerios del Gobierno Español, por las Comunidades Autónomas o por otras instituciones.
- Los becarios postdoctorales españoles en España.
- Los becarios postdoctorales extranjeros en España, clasificados según el mismo criterio anterior.
- Las tesis doctorales, clasificadas por universidades.
- Los contratos Ramón y Cajal.
- Los Centros de Formación Marie Curie aprobados por la Comisión Europea.

La información ha sido facilitada por los coordinadores de la RET (organizadores de los Encuentros de Topología):

- Jaume Aguadé y Carles Casacuberta: Universidades de Catalunya, Islas Baleares y Comunidad Valenciana.
- Emilio Bujalance y José Manuel Rodríguez Sanjurjo: Universidades de las Comunidades de Madrid, Castilla-León, Castilla-La Mancha y Extremadura.
- M. Jesús Chasco: Universidades de Navarra.
- José Ignacio Extremiana: Universidad de La Rioja.
- Francisco Gómez y Aniceto Murillo: Universidades de las Comunidades de Andalucía, Murcia y Canarias.
- Antonio Gómez Tato: Universidades de Galicia y Asturias.
- M. Teresa Lozano y José Luis Navarro: Universidades de Aragón.
- Marta Macho Stadler: Universidades del País Vasco y Cantabria.

Se han incluido únicamente aquellos investigadores que llevan a cabo su investigación totalmente o parcialmente en topología según los criterios descritos en los capítulos 2 y 6.

Para la relación de tesis doctorales se ha recurrido, también, a la Base de Datos de Tesis Doctorales TESEO, del Ministerio de Educación y Ciencia.

Becarios postdoctorales

Becarios postdoctorales españoles en el extranjero

De programas de la Unión Europea

Nombre del becario: Raquel Díaz Sánchez
Institución de origen: Universidad Complutense de Madrid
Institución de destino: University of Warwick
Año de inicio: 1998
Duración (en meses) de la beca: 12

Nombre del becario: José Luis Rodríguez Blancas
Institución de origen: Universitat Autònoma de Barcelona
Institución de destino: Université de Lausanne
Año de inicio: 1999
Duración (en meses) de la beca: 12

Nombre del becario: Natàlia Castellana Vila
Institución de origen: Universitat Autònoma de Barcelona
Institución de destino: University of Aberdeen
Año de inicio: 2000
Duración (en meses) de la beca: 24

Nombre del becario: Pedro M. González Manchón
Institución de origen: Universidad Complutense de Madrid
Institución de destino: University of Liverpool
Año de inicio: 2000
Duración (en meses) de la beca: 12

Nombre del becario: Maria Immaculada Gálvez Carrillo
Institución de origen: Universitat Autònoma de Barcelona
Institución de destino: University of Sheffield
Año de inicio: 2001
Duración (en meses) de la beca: 12

Nombre del becario: Albert Ruiz Cirera
Institución de origen: Universitat Autònoma de Barcelona
Institución de destino: Université Paris 13
Año de inicio: 2002
Duración (en meses) de la beca: 12

De programas del Estado Español

Nombre del becario: Joan Porti Piqué
Institución de origen: Université de Toulouse III
Institución de destino: École Normal Superieure de Lyon
*Año de inicio:*1995
Organismo que concedió la beca: Ministerio de Educación y Ciencia
Duración (en meses) de la beca: 9

Nombre del becario: Antonio Giraldo Carbajo
Institución de origen: Universidad Complutense de Madrid
Institución de destino: University of Washington
*Año de inicio:*1996
Organismo que concedió la beca: Ministerio de Educación y Ciencia
Duración (en meses) de la beca: 6

Nombre del becario: Raquel Díaz Sánchez
Institución de origen: Universidad Complutense de Madrid
Institución de destino: University of Warwick
Año de inicio: 1999
Organismo que concedió la beca: Ministerio de Educación y Cultura
Duración (en meses) de la beca: 6

Nombre del becario: Eva Suárez Peiró
Institución de origen: Universidad Complutense de Madrid
Institución de destino: Universität Tübingen
Año de inicio: 1999
Organismo que concedió la beca: Ministerio de Educación y Cultura
Duración (en meses) de la beca: 24

Nombre del becario: Ernesto Girondo Sirvent
Institución de origen: Universidad Autónoma de Madrid
Institución de destino: Universität Frankfurt
Año de inicio: 2002
Organismo que concedió la beca: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte
Duración (en meses) de la beca: 8

De programas de las Comunidades Autónomas o de las Universidades

Nombre del becario: Enric Ventura Capell
Institución de origen: Universitat Politècnica de Catalunya
Institución de destino: City University of New York
Año de inicio: 2000
Organismo que concedió la beca: Generalitat de Catalunya
Duración (en meses) de la beca: 12

Nombre del becario: Montserrat Bruguera Padró
Institución de origen: Universitat Politècnica de Catalunya
Institución de destino: Universidad Autónoma Metropolitana de México
Año de inicio: 2001
Organismo que concedió la beca: Universitat Politécnica de Catalunya
Duración (en meses) de la beca: 12

De otras instituciones

Nombre del becario: José Ignacio Cogolludo Agustín
Institución de origen: Universidad Complutense de Madrid
Institución de destino: University of Illinois at Chicago
Año de inicio: 1997
Organismo que concedió la beca: University of Illinois at Chicago
Duración (en meses) de la beca: 12

Nombre del becario: Jaume Amorós Torrent
Institución de origen: Universitat de Barcelona
Institución de destino: University of Utah
Año de inicio: 1997
Organismo que concedió la beca: University of Utah
Duración (en meses) de la beca: 12

Nombre del becario: Ernesto Girondo Sirvent
Institución de origen: Universidad Autónoma de Madrid
Institución de destino: Universität Frankfurt
Año de inicio: 2003
Organismo que concedió la beca: Fundación Alexander von Humboldt
Duración (en meses) de la beca: 12

Becarios postdoctorales españoles en España

De programas de las Comunidades Autónomas

Nombre del becario: Juan Alfonso Crespo
Institución de origen: Universitat Autónoma de Barcelona
Institución de destino: CRM
Año de inicio: 1999
Organismo que concedió la beca: Generalitat de Catalunya
Duración (en meses) de la beca: 24

Nombre del becario: Lucía Fernández Suárez
Institución de origen: Université de Lille
Institución de destino: Universidad de Santiago de Compostela
Año de inicio: 1998
Organismo que concedió la beca: Xunta de Galicia
Duración (en meses) de la beca: 12

Becarios postdoctorales extranjeros en España

De programas de la Unión Europea

Nombre del becario: Bjorn Schuster
País de origen: Alemania
Institución de destino: CRM
Año de inicio: 1993
Duración (en meses) de la beca: 24

Nombre del becario: Dirk Scevenels
País de origen: Bélgica
Institución de destino: CRM
*Año de inicio:*1996
Duración (en meses) de la beca: 12

Nombre del becario: François-Xavier Dehon
País de origen: Francia
Institución de destino: CRM
Año de inicio: 2000
Duración (en meses) de la beca: 20

Nombre del becario: Frank Neumann
País de origen: Alemania
Institución de destino: CRM
Año de inicio: 2000
Duración (en meses) de la beca: 12

Nombre del becario: Maxence Cuvilliez
País de origen: Bélgica
Institución de destino: CRM
Año de inicio: 2001
Duración (en meses) de la beca: 20

Nombre del becario: An Descheemaeker
País de origen: Bélgica
Institución de destino: CRM
Año de inicio: 2001
Duración (en meses) de la beca: 24

Nombre del becario: David Chataur
País de origen: Francia
Institución de destino: CRM
Año de inicio: 2001
Duración (en meses) de la beca: 24

Nombre del becario: Jesper Andersen
País de origen: Dinamarca
Institución de destino: CRM
Año de inicio: 2001
Duración (en meses) de la beca: 9

Nombre del becario: Tibor Beke
País de origen: Hungría
Institución de destino: CRM
Año de inicio: 2002
Duración (en meses) de la beca: 6

Nombre del becario: Fabio Pioli
País de origen: Italia
Institucion de destino: CSIC
Año de inicio: 2002
Duración (en meses) de la beca: 19 meses

De programas del Estado Español

Nombre del becario: Ian Leary
País de origen: Gran Bretaña
Institución de destino: CRM
Año de inicio: 1993
Duración (en meses) de la beca: 12
Organismo que concedió la beca: Ministerio de Educación y Ciencia

Nombre del becario: Martín Crossley
País de origen: Gran Bretaña
Institución de destino: CRM
Año de inicio: 1995
Duración (en meses) de la beca: 22
Organismo que concedió la beca: Ministerio de Educación y Ciencia

Nombre del becario: Stepan Orevkov
País de origen: Rusia
Institución de destino: Universidad de Zaragoza
Año de inicio: 1997
Duración (en meses) de la beca: 6
Organismo que concedió la beca: Ministerio de Educación y Cultura

Nombre del becario: Grzegorz Gromadzki
País de origen: Polonia
Institución de destino: UNED
Año de inicio: 1997
Duración (en meses) de la beca: 12
Organismo que concedió la beca: Ministerio de Educación y Cultura

Nombre del becario: Fiammetta Battaglia
País de origen: Italia
Institucion de destino: Universidad Autonóma de Madrid
Año de inicio: 1997
Duración (en meses) de la beca: 15
Organismo que concedió la beca: Ministerio de Educación y Cultura

Nombre del becario: Gonzalo Riera
País de origen: Chile
Institución de destino: UNED
Año de inicio: 1998
Duración (en meses) de la beca: 12
Organismo que concedió la beca: Ministerio de Educación y Cultura

Nombre del becario: S. M. Natanzon
País de origen: Rusia
Institución de destino: UNED
Año de inicio: 2002
Duración (en meses) de la beca: 12
Organismo que concedió la beca: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte

De programas de las Comunidades Autónomas o de las Universidades

Nombre del becario: Nguyen v. Hung
País de origen: Vietnam
Institución de destino: CRM
Año de inicio: 1993
Duración (en meses) de la beca: 22
Organismo que concedió la beca: Generalitat de Catalunya

Nombre del becario: Dikran Karageuzian
País de origen: Estados Unidos
Institución de destino: CRM
Año de inicio: 1997
Duración (en meses) de la beca: 11
Organismo que concedió la beca: Generalitat de Catalunya

Nombre del becario: Ruben Hidalgo
País de origen: Chile
Institución de destino: UNED
Año de inicio: 1999
Duración (en meses) de la beca: 6
Organismo que concedió la beca: UNED

Nombre del becario: Milagros Izquierdo
País de origen: Suecia
Institución de destino: UNED
Año de inicio: 2002
Duración (en meses) de la beca: 6
Organismo que concedió la beca: UNED

De otras instituciones

Nombre del becario: Jérôme Scherer
País de origen: Suiza
Institución de destino: CRM
Año de inicio: 1997
Duración (en meses) de la beca: 22
Organismo que concedió la beca: Gobierno suizo y CRM

Nombre del becario: Yoshiaki Ukida
País de origen: Japón
Institución de destino: Universidad Complutense de Madrid
Año de inicio: 1998
Duración (en meses) de la beca: 6
Organismo que concedió la beca: Gobierno japonés

Nombre del becario: Gustavo Granja
País de origen: Portugal
Institución de destino: CRM
Año de inicio: 2000
Organismo que concedió la beca: Gobierno portugués
Duración (en meses) de la beca: 12

Nombre del becario: Pierre Derbez
País de origen: Francia
Institución de destino: CRM
Año de inicio: 2001
Organismo que concedió la beca: EPDI (European Post-doctoral Institute)
Duración (en meses) de la beca: 12

Becarios postdoctorales españoles en el extranjero

Institución de origen	Programa de:			
	Unión Europea	Estado Español	Comunidades Autónomas	Otras instituciones
Universitat Autònoma de Barcelona	4	1		
Universidad Autónoma de Madrid		1		1
Universitat de Barcelona				1
Universidad Complutense de Madrid	2	3		1
Universitat Politècnica de Catalunya			2	

Becarios postdoctorales españoles en España

Institución de destino	Programa de:			
	Unión Europea	Estado Español	Comunidades Autónomas	Otras instituciones
Centre de Recerca Matemàtica			1	
Universidad de Santiago de Compostela			1	

Becarios postdoctorales extranjeros en España

Institución de destino	Programa de:			
	Unión Europea	Estado Español	Comunidades Autónomas	Otras instituciones
Centre de Recerca Matemàtica	9	2	2	3
CSIC	1			
Universidad Autónoma de Madrid		1		
Universidad Complutense de Madrid				1
UNED		3	2	
Universidad de Zaragoza		1		

Tesis doctorales

Doctorando: Carmen Alegre Gil
Título: Estructuras topológicas no simétricas y espacios bitopológicos
Director: Jesús Ferrer y Valentín Gregori
Universidad: Universitat Politècnica de València
Año: 1994

Doctorando: Josefina Cabeza Laguna
Título: Homologías y cohomologías propias y de la forma
Director: Luis Javier Hernández Paricio
Universidad: Universidad de Zaragoza
Año: 1994

Doctorando: Francisco García Arenas
Título: Extensiones transfinitas de la dimensión por recubrimientos mediante aplicaciones continuas
Director: Juan Tarrés Freixenet
Universidad: Universidad Complutense de Madrid
Año: 1994

Doctorando: Jesús García Miranda
Título: Estructuras de modelos y teoría de homotopía en categorías de grupos y grupoides simpliciales
Director: Antonio M. Rodríguez Garzón
Universidad: Universidad de Granada
Año: 1995

Doctorando: Antonio Giraldo Carbajo
Título: Caracterizaciones internas en teoría de la forma y multifibraciones
Director: José Manuel Rodríguez Sanjurjo
Universidad: Universidad Complutense de Madrid
Año: 1995

Doctorando: Pedro M. González Manchón
Título: Aplicaciones de la teoría de Morse y de la cirugía al estudio de hipersuperficies y variedades de dimensión baja
Director: Enrique Outerelo Domingo
Universidad: Universidad Complutense de Madrid
Año: 1995

Doctorando: Jose Antonio Martín Núñez
Título: Teoría de homotopía de N-Cat-grupoides
Director: Antonio Martínez Cegarra
Universidad: Universidad de Granada
Año: 1995

Doctorando: Félix Martínez de la Rosa
Título: Compactificaciones en espacios completamente regulares
Director: Antonio Aizpuru Tomás
Universidad: Universidad de Cádiz
Año: 1995

Doctorando: Alejandro Melle Hernández
Título: Topología de singularidades de hipersuperficies: número de Milnor e invariantes polares
Director: Ignacio Luengo Velasco
Universidad: Universidad Complutense de Madrid
Año: 1995

Doctorando: M. Agripina Sanz García
Título: Aportaciones al estudio de los espacios topológicamente completos
Director: Juan Tarrés Freixenet
Universidad: Universidad Politécnica de Madrid
Año: 1995

Doctorando: Alba Valverde Colmeiro
Título: Grafos coloreados localmente regulares representado variedades euclídeas
Director: Antonio F. Costa
Universidad: UNED
Año: 1995

Doctorando: Enric Ventura Capell
Título: Endomorfismes de grups lliures finitament generats
Director: Warren Dicks McLay
Universidad: Universitat Autònoma de Barcelona
Año: 1995

Doctorando: Raquel Díaz Sánchez
Título: Matrices de Gram y espacios de ángulos diédricos de poliedros
Director: Enrique Arrondo Esteban
Universidad: Universidad Complutense de Madrid
Año: 1996

Doctorando: Juan José Font
Título: Continuidad automática de operadores lineales y su representación como aplicaciones composición con peso
Director: Salvador Hernández
Universidad: Universitat Jaume I de Castelló
Año: 1996

Doctorando: Yolanda Fuertes López
Título: Algunos resultados de aplicaciones entre superficies de Riemann mediante representación homológica
Director: Gabino González Diez
Universidad: Universidad Autónoma de Madrid
Año: 1996

Doctorando: Jorge Antonio González Ramírez
Título: Contribución al estudio de las deformaciones de singularidades reales
Director: Emilio Bujalance
Universidad: UNED
Año: 1996

Doctorando: Marta Macho Stadler
Título: Conjetura de Baum-Connes y foliaciones casi sin holonomía
Director: Gilbert Hector
Universidad: Universidad del País Vasco – Euskal Herriko Unibertsitatea
Año: 1996

Doctorando: Javier Rodrigo Hitos
Título: Separadores de puntos y dimensión transfinita
Director: Juan Tarrés Freixenet
Universidad: Universidad Complutense de Madrid
Año: 1996

Doctorando: Miguel Ángel Rodríguez González
Título: Algunos resultados sobre modelos minimales resolubles
Director: Antonio Gómez Tato
Universidad: Universidade de Santiago de Compostela
Año: 1996

Doctorando: Marta Santos Jimeno
Título: Propiedades homotópicas de DI(4)
Director: Jaume Aguadé Bover
Universidad: Universitat Autònoma de Barcelona
Año: 1996

Doctorando: Antonio Viruel Arbáizar
Título: Homotopy uniqueness of classifying spaces of compact Lie groups
Director: Carles Broto Blanco
Universidad: Universitat Autònoma de Barcelona
Año: 1996

Doctorando: Moira Chas
Título: Minimum periods of homeomorphisms of orientable surfaces
Director: Lluís Alsedà Soler y Warren Dicks McLay
Universidad: Universitat Autònoma de Barcelona
Año: 1997

Doctorando: Hellen Elizabeth Colman Vale
Título: Teoría de categoría de Lusternik-Schnirelmann adaptada al marco de las variedades foliadas
Director: Enrique Macías Virgos
Universidad: Universidade de Santiago de Compostela
Año: 1997

Doctorando: Francisco Javier Díaz Díaz
Título: Homotopía cónica
Director: Sergio Rodríguez Machín
Universidad: Universidad de La Laguna
Año: 1997

Doctorando: Lucía Fernández Suárez
Título: Sobre los espacios de categoría dos
Director: Daniel Tanré
Universidad: Universidade de Santiago de Compostela
Año: 1997

Doctorando: Jorge Galindo
Título: Acotaciones y topologías débiles sobre grupos abelianos maximalmente casiperiódicos
Director: Salvador Hernández
Universidad: Universitat Jaume I de Castelló
Año: 1997

Doctorando: José Manuel García Calcines
Título: Homotopía propia simplicial
Director: Luis Javier Hernández Paricio y Sergio Rodríguez Machín
Universidad: Universidad de La Laguna
Año: 1997

Doctorando: Luis Lechuga Pérez
Título: Complejidad algorítmica en homotopía racional
Director: Aniceto Murillo Mas
Universidad: Universidad de Málaga
Año: 1997

Doctorando: María Luz Puertas González
Título: Dimensión transfinita y bases
Director: Francisco García Arenas
Universidad: Universidad de Almería
Año: 1997

Doctorando: José Luis Rodríguez Blancas
Título: On homotopy colimits of spaces with a single homology or homotopy group
Director: Carles Casacuberta Vergés
Universidad: Universitat Autònoma de Barcelona
Año: 1997

Doctorando: Eva Suárez Peiró
Título: Poliedros de Dirichlet de 3-variedades cónicas y sus deformaciones
Director: José María Montesinos Amilibia
Universidad: Universidad Complutense de Madrid
Año: 1997

Doctorando: Jaume Amorós Torrent
Título: El grup fonamental de les varietats de Kähler
Director: Vicenç Navarro Aznar
Universidad: Universitat de Barcelona
Año: 1998

Doctorando: Miguel Ángel Barja Yáñez
Título: On the slope and geography of fibred surfaces and threefolds
Director: Juan Carlos Naranjo del Val
Universidad: Universitat de Barcelona
Año: 1998

Doctorando: José Sebastián del Baño Rollin
Título: On motives and moduli spaces of stable vector bundles over a curve
Director: Pere Pascual Gainza
Universidad: Universitat Politècnica de Catalunya
Año: 1998

Doctorando: Lidia Fernández Rodríguez
Título: Cohomología de grupos categóricos cofibrados
Director: Antonio Martínez Cegarra
Universidad: Universidad de Granada
Año: 1998

Doctorando: Mónica García Pinillos
Título: El estudio del infinito a través del espacio exterior
Director: Luis Javier Hernández Paricio
Universidad: Universidad de La Rioja
Año: 1998

Doctorando: Ignasi Mundet Riera
Título: Teoría de Yang-Mills-Higgs para fibraciones simplécticas
Director: José M. Carazo García
Universidad: Universidad Autónoma de Madrid
Año: 1998

Doctorando: Raquel Osorio Blanco
Título: Álgebra homotópica en categorías que modelan algebraicamente espacios no conexos
Director: Jesús García Miranda y Antonio Rodríguez Garzón
Universidad: Universidad de Granada
Año: 1998

Doctorando: Miguel A. Sánchez Granero
Título: GF-espacios
Director: Francisco García Arenas
Universidad: Universidad de Almería
Año: 1998

Doctorando: Montserrat Bruguera Padró
Título: Grupos topológicos y grupos de convergencia: estudio de la dualidad de Pontryagin
Director: Elena Martín Peinador
Universidad: Universitat de Barcelona
Año: 1999

Doctorando: Natàlia Castellana Vila
Título: Representacions homotòpiques de grups *p*-compactes
Director: Carles Broto Blanco
Universidad: Universitat Autònoma de Barcelona
Año: 1999

Doctorando: José Ignacio Cogolludo Agustín
Título: Configuración de curvas racionales en P^2: variedades características
Director: Enrique Artal Bartolo y Anatoly Libgober
Universidad: Universidad Complutense de Madrid
Año: 1999

Doctorando: Juan Alfonso Crespo Fernández
Título: H-espacios con cohomología módulo *p* noetheriana
Director: Carles Broto Blanco
Universidad: Universitat Autònoma de Barcelona
Año: 1999

Doctorando: Antonio J. Garvín García
Título: Grupos de autoequivalencias de homotopía fibrada
Director: Aniceto Murillo Mas
Universidad: Universidad de Málaga
Año: 1999

Doctorando: Javier Gutiérrez García
Título: Una aproximación unificada de los conceptos de espacio L-uniforme fuzzy
Director: M. Angeles Prada Vicente y Alexander Sostak
Universidad: Universidad del País Vasco – Euskal Herriko Unibertsitatea
Año: 1999

Doctorando: José Pastor Gimeno
Título: Teoremas de punto fijo, compacidad y gradaciones en espacios topológicos fuzzy
Director: Valentín Gregori
Universidad: Universitat Politècnica de València
Año: 1999

Doctorando: María José Pérez Peñalver
Título: Una contribución al estudio de los espacios casiuniformes completos
Director: Salvador Romaguera
Universidad: Universitat Politècnica de València
Año: 1999

Doctorando: Anna Vidal Melo
Título: Espacios fuzzy y teoremas de punto fijo para aplicaciones fuzzy
Director: Valentín Gregori
Universidad: Universitat Politècnica de València
Año: 1999

Doctorando: Beatriz Estrada López
Título: Superficies de Klein q-hiperelípticas
Director: Ernesto Martínez
Universidad: UNED
Año: 2000

Doctorando: Ignacio C. Garijo Amilburu
Título: Superficies de Riemann y Klein con nodos
Director: Antonio F. Costa
Universidad: UNED
Año: 2000

Doctorando: Juan González-Meneses López
Título: Trenzas en superficies cerradas
Director: Luis París
Universidad: Universidad de Sevilla
Año: 2000

Doctorando: Juan Martínez Moreno
Título: Grupos categóricos simétricos: cohomología y estenxiones
Director: M. Pilar Carrasco Carrasco
Universidad: Universidad de Granada
Año: 2000

Doctorando: Javier Pérez Álvarez
Título: Formas automorfas de grupos NEC
Director: Emilio Bujalance y Arturo Fernández
Universidad: UNED
Año: 2000

Doctorando: José Manuel Salazar Crespo
Título: Índice del punto fijo en hiperespacios e índice de Conley
Director: Francisco Romero Ruíz del Portal
Universidad: Universidad Complutense de Madrid
Año: 2000

Doctorando: Domingo Alcaraz
Título: Recurrencia en sistemas dinámicos linealmente ordenados, extensiones y entropía de Bowen
Director: Manuel Sanchis
Universidad: Universitat Jaume I de Castelló
Año: 2001

Doctorando: Carles Bivià Ausina
Título: Singularidades de Thom-Boardman en deformaciones genéricas de gérmenes de aplicaciones y métodos para el cálculo de clausuras integrales de ideales
Director: Juan J. Nuño Ballesteros
Universidad: Universitat deValència
Año: 2001

Doctorando: Manuel Enrique Cárdenas Escudero
Título: La sucesión de fibración homotópica de *K*-teorías asociada a la localización de categorías exactas
Director: Antonio Quintero Toscano
Universidad: Universidad de Sevilla
Año: 2001

Doctorando: Imma Gálvez Carrillo
Título: Modular invariants for manifolds with boundary
Director: Carles Casacuberta Vergés
Universidad: Universitat Autònoma de Barcelona
Año: 2001

Doctorando: Ernesto Girondo Sirvent
Título: Discos extremales en superficies hiperbólicas
Director: Gabino González Diez
Universidad: Universidad Autónoma de Madrid
Año: 2001

Doctorando: Jesús Rodríguez López
Título: Hyperspaces, quasi-uniformities and quasi-metrics
Director: Salvador Romaguera
Universidad: Universitat Politècnica de València
Año: 2001

Doctorando: Albert Ruiz Cirera
Título: Aplicacions entre espais clasificadors de grups de Kac-Moody de rang 2
Director: Jaume Aguadé Bover
Universidad: Universitat Autònoma de Barcelona
Año: 2001

Doctorando: Xabier E. Domínguez Pérez
Título: Grupos abelianos topológicos y sumabilidad
Director: María Jesús Chasco Ugarte y Vaja Tarieladze
Universidad: Universidad Complutense de Madrid
Año: 2002

Doctorando: Miguel Ángel García Muñoz
Título: Un acercamiento algebraico a la teoría de torres de Postnikov
Director: Manuel Bullejos Lorenzo y Emilio Faro Rivas
Universidad: Universidad de Granada
Año: 2002

Doctorando: Antonia González Gómez
Título: Topología semifinita superior en hiperespacios desde la topología no Hausdorff a la geometría de los métricos compactos
Director: Manuel Alonso Morón
Universidad: Universidad Complutense de Madrid
Año: 2002

Doctorando: Lluís Miquel García Raffi
Título: Normas asimétricas y los espacios de complejidad dual
Director: Salvador Romaguera Bonilla y Enrique Alfonso Sánchez Pérez
Universidad: Universitat Politècnica de València
Año: 2002

Doctorando: Francisco González
Título: Homomorfismos de grupos e isomorfismos vectoriales entre espacios de funciones continuas
Director: Manuel Sanchis
Universidad: Universitat Jaume I de Castelló
Año: 2002

Doctorando: Sergio Macario
Título: La Topología de Bohr para grupos topológicos abelianos
Director: Salvador Hernández
Universidad: Universitat Jaume I de Castelló
Año: 2002

Doctorando: Juana Núñez García
Título: Sobre ciertas variedades de grupos nucleares
Director: Wojciech Banaszczyk y Elena Martín Peinador
Universidad: Universidad Complutense de Madrid
Año: 2002

Doctorando: Antonio A. Pulgarín García
Título: Sobre la caracterización del álgebra topológica de las funciones reales y continuas sobre un espacio topológico
Director: Francisco Montalvo Durán y Batildo Requejo Fernández
Universidad: Universidad de Extremadura
Año: 2002

Doctorando: Josué Remidos Gómez
Título: Homotopía cilíndrica generalizada
Director: Segio J. Rodríguz Machín
Universidad: Universidad de La Laguna
Año: 2002

Doctorando: Esther Sanabria Codesal
Título: Aplicaciones del contacto con p-esferas al estudio de invariantes conformes
Director: M. Carmen Romero Fuster
Universidad: Universitat de València
Año: 2002

Doctorando: Almanzor Sapena Piera
Título: Espacios métricos fuzzy definidos por t-normas
Directores: Valentín Gregori y Salvador Romaguera
Universidad: Universitat Politècnica de València
Año: 2002

Doctorando: Gemma Bastardas Ferrer
Título: Localitzacions i complecions d'espais anesfèrics
Director: Carles Casacuberta Vergés
Universidad: Universitat Autònoma de Barcelona
Año: 2003

Doctorando: Jorge Carmona Ruber
Título: Monodromía de trenzas de curbas algebraicas planas
Director: Enrique Artal Bartolo
Universidad: Universidad de Zaragoza
Año: 2003

Doctorando: José Luis Estévez Balea
Título: El grupo de difeomorfismos de una superficie no orientable
Director: Antonio F. Costa
Universidad: UNED
Año: 2003

Doctorando: Luis M. García Raffi
Título: Asymmetric norms and the dual domplexity spaces
Directores: Salvador Romaguera y Enrique A. Sánchez Pérez
Universidad: Universitat Politècnica de València
Año: 2003

Doctorando: Iraide Mardones Pérez
Título: Inserción de funciones R(L)-valuadas y construcción de espacios I(L)-topológicos e I(L)-uniformes
Director: Tomasz Kubiak
Universidad: Universidad del País Vasco – Euskal Herriko Unibertsitatea
Año: 2003

Doctorando: José Ignacio Royo Prieto
Título: Estudio cohomológico de flujos riemannianos
Director: Marta Macho Stadler y Martín Saralegi Aranguren
Universidad: Universidad del País Vasco – Euskal Herriko Unibertsitatea
Año: 2003

Doctorando: Oscar Valero Sierra
Título: Conos normados, distancias de complejidad y aproximación numérica
Directores: Salvador Romaguera y Enrique A. Sánchez Pérez
Universidad: Universitat Politècnica de València
Año: 2003

Doctorando: José Antonio Vilches Alarcón
Título: Funciones de Morse discretas en complejos infinitos
Director: Rafael Ayala Gómez y Luis Manuel Fernández Fernández
Universidad: Universidad de Sevilla
Año: 2003

Tesis doctorales

Universidad	Año de lectura										
	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	
EHU			1			1				2	4
UAB		1	2	2		2		2		1	10
UAL				1	1						2
UAM			1		1			1			3
UB					2	1					3
UCA		1									1
UCM	1	3	2	1		1	1		3		12
UEX									1		1
UGR		2			2		1		1		6
UJI			1	1				1	2		5
ULL				2					1		3
ULR					1						1
UMA				1		1					2
UNED		1	1				3			1	6
UPC					1						1
UPM		1									1
UPV	1					3		1	2	2	9
US							1	1		1	3
USC			1	2							3
UV								1	1		2
UZ	1									1	2
	3	9	9	10	8	9	6	7	11	8	80

Contratos Ramón y Cajal

Nombre: José Ignacio Cogolludo Agustín
Institución: Universidad Complutense de Madrid
Procedencia del contratado: University of Illinois at Chicago
Año: 2001

Nombre: Jérôme Scherer
Institución: Universitat Autònoma de Barcelona
Procedencia del contratado: Université de Lausanne
Año: 2002

Marie Curie Training Sites aprobados por la Comisión Europea

Nombre del programa: Cohomological and Group-theretical Methods in Topology
Institución: Centre de Recerca Matemàtica
Período: Enero 2001 a diciembre 2004
Meses de becarios doctorales: 72

4. Actividades

Contenido, criterios y fuentes de información

Este capítulo contiene información sobre congresos, workshops o cursos avanzados organizados durante el período de enero de 1994 a diciembre de 2003, que ha sido facilitada por los coordinadores de la RET (mencionados en el capítulo anterior).

Se ha dividido en 4 apartados:

- Los Encuentros de Topología.
- Congresos.
- *Workshops.*
- Cursos avanzados.

De los múltiples cursos impartidos, contiene exclusivamente aquellos cursos especializados a nivel postdoctoral o doctoral avanzado, pero no los cursos de doctorado reglados.

Asimismo, se relacionan únicamente las instituciones financiadoras principales, omitiéndose otras entidades que puedan haber colaborado en menor grado en la organización de una actividad.

Encuentros de Topología

Nombre del evento: I Encuentro de Topología
Fecha: 17 y 18 de diciembre de 1993
Lugar: Bellaterra
Institución organizadora: Universitat Autònoma de Barcelona
Conferenciantes principales: Jaume Aguadé, Emilio Bujalance, Luis Javier Hernández, José Maria Montesinos, Aniceto Murillo, Vicenç Navarro

Nombre del evento: II Encuentro de Topología
Fecha: 16 de diciembre de 1994
Lugar: Ávila
Institución organizadora: UNED
Conferenciantes principales: Ronald Brown y mesa redonda sobre la enseñanza de la Topología (Jaume Aguadé, Manuel Castellet, Antonio F. Costa, Francisco Gómez, María Teresa Lozano, Xosé Masa, Francisco Mascaró, José María Montesinos, Enrique Outerelo)

Nombre del evento: III Encuentro de Topología
Fecha: 18 de diciembre de 1995
Lugar: Fuengirola
Institución organizadora: Universidad de Málaga
Conferenciantes principales: Manuel Castellet, Xosé Masa, Antonio Ros, Daniel Tanré

Nombre del evento: IV Encuentro de Topología
Fecha: 16 de diciembre de 1996
Lugar: Logroño
Institución organizadora: Universidad de La Rioja
Conferenciantes principales: Carles Broto, Francisco Gómez, María Teresa Lozano, José Manuel Rodríguez

Nombre del evento: V Encuentro de Topología
Fecha: 12 de diciembre de 1997
Lugar: Santiago de Compostela
Institución organizadora: Universidade de Santiago de Compostela
Conferenciantes principales: Alberto Candel, Carles Casacuberta, Antonio Costa, Lucía Fernández, Antonio Viruel

Nombre del evento: VI Encuentro de Topología
Fecha: 5 y 6 de marzo de 1999
Lugar: Palma de Mallorca
Institución organizadora: Universitat de les Illes Balears
Conferenciantes principales: Juan Alfonso Crespo, Warren Dicks, Antonio Gómez, Milagros Izquierdo, Vicente Miñoz, Juan José Nuño

Nombre del evento: VII Encuentro de Topología
Fecha: 3 de marzo de 2000
Lugar: El Escorial
Institución organizadora: Universidad Complutense de Madrid
Conferenciantes principales: Lorenzo J. Díaz, Gabino González, Salvador Hernández, Joan Porti, Jesús Ruiz

Nombre del evento: VIII Encuentro de Topología
Fecha: 4 y 5 de mayo de 2001
Lugar: Pamplona
Institución organizadora: Universidad de Navarra
Conferenciantes principales: Sergio Ardanza-Trevijano, Carles Casacuberta, Enrique Outerelo, De Witt L. Sumners

Nombre del evento: IX Encuentro de Topología
Fecha: 2, 3 y 4 de mayo de 2002
Lugar: Jaca
Institución organizadora: Universidad de Zaragoza
Conferenciantes principales: Juan Alfonso Crespo, Luis Javier Hernández, Elena Martín Peinador, José María Montesinos, José Luis Rodríguez, José Manuel Salazar, José Luis Viviente, Antonio Viruel

Nombre del evento: X Encuentro de Topología
Fecha: 2 y 3 de mayo de 2003
Lugar: Bilbao
Institución organizadora: Euskal Herriko Unibertsitatea
Conferenciantes principales: Manuel Alonso Morón, Carmen Elvira, Salvador Romaguera, José I. Royo, Julio J. Rubio, Martintxo Saralegi

Congresos

Nombre del evento: Mini-Conference on Algebraic Topology
Fecha: del 6 al 9 de octubre de 1993
Lugar: Málaga
Institución organizadora: Universidad de Málaga
Coordinador: Aniceto Murillo
Ámbito: Internacional
Conferenciantes principales: C. Casacuberta, O. Cornea, Y. Félix, S. Halperin, K. Hess, J. M. Lemaire, D. Tanré, J. C. Thomas
Número de participantes: 46
Entidades financiadoras principales: Ministerio de Eduación y Ciencia, Universidad de Málaga, Junta de Andalucía

Nombre del evento: 1994 Barcelona Conference on Algebraic Topology
Fecha: del 1 al 7 de junio de 1994
Lugar: Sant Feliu de Guíxols
Institución organizadora: Centre de Recerca Matemàtica
Coordinador: Manuel Castellet
Ámbito: Internacional
Conferenciantes principales: M. Bendersky, P. Bousfield, C. Casacuberta, W. Chachóski, F. Cohen, E. Dror Farjoun, W. Dwyer, J. Hubbuck, R. Kane, L. Langsetmo, R. Levi, M. Mahowald, J. Moller, D. Notbohm, G. Peschke, D. Ravenel, B. Shipley, Y. Xia, S. Zarati
Número de participantes: 89
Publicación: C. Broto, C. Casacuberta, G. Mislin (ed.), *Algebraic Topology: New Trends in Localization and Periodicity*, Progress in Mathematics **136**, Birkhäuser Verlag, Basel-Boston-Berlin, 1996
Entidades financiadoras principales: Generalitat de Catalunya, Ministerio de Educación y Ciencia

Nombre del evento: I Iberoamerican Conference on Topology and its Applications
Fecha: del 28 al 30 de marzo de1995
Lugar: Benicàssim
Institución organizadora: Universitat Jaume I de Castelló
Ámbito: Internacional

Nombre del evento: Congress on computational conformal geometry and Riemann surfaces
Fecha: del 23 al 27 julio 1996
Lugar: Lanzarote
Institución organizadora: UNED
Coordinador: Emilio Bujalance
Ámbito: Internacional
Número de participantes: 70
Entidades financiadoras principales: Comisión Europea, UNED

Nombre del evento: I Spanish-Italian Conference on General Topology and its Applications
Fecha: del 19 al 21 de junio de1997
Lugar: Gandia
Institución organizadora: Universitat Politècnica de València
Ámbito: Internacional

Nombre del evento: 1998 Barcelona Conference on Algebraic Topology
Fecha: del 4 al 10 de junio de 1998
Lugar: CRM, Bellaterra
Institución organizadora: Centre de Recerca Matemàtica
Coordinador: Jaume Aguadé
Ámbito: Internacional
Conferenciantes principales: P. Bousfield, F. Cohen, W. Dwyer, J. Greenlees, J. Lannes, W. Lück, J. Milgram, G. Mislin, R. Oliver, D. Ravenel, L. Schwartz, S. Stolz
Número de participantes: 143
Publicación: J. Aguadé, C. Broto, C. Casacuberta (ed.), *Cohomological Methods in Homotopy Theory,* Progress in Mathematics **196**, Birkhäuser Verlag, Basel Boston Berlin, 2001.
Entidades financiadoras principales: Generalitat de Catalunya, Ministerio de Educación y Cultura, Comisión Europea

Nombre del evento: Conference on Riemann surfaces
Fecha: del 2 al 4 julio de 1998
Lugar: Madrid
Institución organizadora: UNED
Coordinador: Emilio Bujalance
Ámbito: Internacional
Número de participantes: 50
Publicación: E. Bujalance, A.F. Costa, E. Martínez (ed.), *Topics on Riemann surfaces and Fuchsian groups,* London Mathematical Society Lecture Note Series, 287, Cambridge University Press, Cambridge, 2001
Entidades financiadoras principales: UNED

Nombre del evento: III Iberoamerican Conference on Topology and its Applications
Fecha: del 7 al 9 de abril de 1999
Lugar: Gandia
Institución organizadora: Universitat Politècnica de València
Ámbito: Internacional

Nombre del evento: First Euro-Mediterranean Topology Meeting
Fecha: del 4 al 7 de julio de 2000
Lugar: Bellaterra
Institución organizadora: Universitat Autònoma de Barcelona
Coordinador: Carles Broto
Ámbito: Internacional
Conferenciantes principales: J. Aguadé, S. Betley, F. Cohen, E. Dror Farjoun, W. G. Dwyer, R. Levi, W. Lück, I. Madsen, G. Mislin, F. Morel, A. Murillo, N. Strickland
Número de participantes: 107
Entidades financiadoras principales: Generalitat de Catalunya, Ministerio de Educación y Cultura, Comisión Europea

Nombre del evento: Barcelona 2001 EuroPhD Topology Conference
Fecha: del 3 al 7 de julio de 2001
Lugar: CRM, Bellaterra
Institución organizadora: Centre de Recerca Matemàtica
Coordinador: Natàlia Castellana
Ámbito: Internacional
Conferenciantes principales: W. Chachólski, D. Green, F. Neumann, P. Salvatore, S. Schwede, N. Strickland, S. Whitehouse
Número de participantes: 61
Entidades financiadoras principales: Generalitat de Catalunya, Ministerio de Ciencia y Tecnología, Comisión Europea

Nombre del evento: 2002 Barcelona Conference on Algebraic Topology
Fecha: del 2 al 7 de julio de 2002
Lugar: Institut d'Estudis Catalans, Barcelona
Institución organizadora: Centre de Recerca Matemàtica
Coordinador: Jaume Aguadé
Ámbito: Internacional
Conferenciantes principales: P. Bousfield, J. Greenlees, M. Hovey, R. Levi, I. Madsen, H. Miller, J. Rognes, G. Segal, A. Viruel
Número de participantes: 158
Entidades financiadoras principales: Generalitat de Catalunya, Ministerio de Ciencia y Tecnología, Comisión Europea

Nombre del evento: Homotopy Algebras (Special session of the First meeting AMS-RSME)
Fecha: del 18 al 21 de junio de 2003
Lugar: Sevilla
Institución organizadora: AMS-RSME
Coordinador: Pedro Real Jurado
Ámbito: Internacional
Conferenciantes principales: V. Alvarez, G. Barnich, A. Fusun, J. Huebschmann, M. J. Jiménez, T. Kadeishvili, T. Lada, M. Ron Umble, F. Sergeraert, J. Stasheff, P. Real, Vl. Smirnov,
A. Voronov
Entidades financiadoras principales: Universidad de Sevilla, RSME, Junta de Andalucía, Ministerio de Ciencia y Tecnología

Nombre del evento: Algebraic Topology (Special session of the First meeting AMS-RSME)
Fecha: del 18 al 21 de junio de 2003
Lugar: Sevilla
Institución organizadora: AMS-RSME
Coordinador: Jaume Aguadé
Ámbito: Internacional
Conferenciantes principales: A. Adem, C. Broto, C. Casacuberta, N. Castellana, W. Dwyer, P. F. dos Santos, J. Grodal, V. Muñoz, A. Murillo, B. Oliver, J. L. Rodríguez, J. Smith, A. Viruel
Entidades financiadoras principales: RSME, Junta de Andalucía, Ministerio de Ciencia y Tecnología

Nombre del evento: Conformal Geometry, Discrete Groups and Surfaces
Fecha: del 29 de junio al 5 de julio 2003
Lugar: Lanzarote
Institución organizadora: UNED
Coordinador: Emilio Bujalance
Ámbito: Internacional
Número de participantes: 60
Entidades financiadoras principales: Stefan Banach Internacional Mathematical Center, UNED, University de Gdansk

Nombre del evento: ATM03 Algebraic Topology in Málaga: A conference and a GDRE meeting
Fecha: del 9 al 13 Septiembre de 2003
Lugar: Málaga
Institución organizadora: Universidad de Málaga
Coordinador: Aniceto Murillo
Ámbito: Internacional
Conferenciantes principales: J. Aguadé, N. Baas, S. Kallel, J. Lannes, R. Levi, M. Livernet, I. Ottosen
Número de participantes: 72
Entidades financiadoras principales: Ministerio de Ciencia y Tecnología, CNRS, Junta de Andalucía, Universidad de Málaga

Workshops

Nombre del evento: Workshop on Fundamental Groups of plane curves
Fecha: 1999
Lugar: Zaragoza
Institución organizadora: Universidad de Zaragoza
Coordinador: Enrique Artal
Ámbito: Internacional
Conferenciantes principales: S. Yu. Orevkov, H. Tokunaga
Número de participantes: 12
Entidades financiadoras principales: Ministerio de Educación y Cultura

Nombre del evento: Workshop on Topological groups and Lie groups
Fecha: del 20 al 25 de septiembre de 1999
Lugar: Madrid
Institución organizadora: Universidad Complutense de Madrid (Seminario Internacional Complutense)
Coordinador: Elena Martín Peinador
Ámbito: Internacional
Conferenciantes principales: L. Aussenhofer, W. Banaszczyk, D. Dikranjan, J. Lafuente, V. Tarieladze, W. Wojtinski
Número de participantes: 45
Publicación: Nuclear Groups and Lie Groups, Research and Exposition in Mathematics, vol. 24, Heldermann, 2001
Entidades financiadoras principales: Ministerio de Educación y Cultura, Universidad Complutense de Madrid, Universitat Jaume I de Castelló, Universitat Politècnica de Catalunya

Nombre del evento: Seminario Singular
Fecha: 2002
Lugar: Zaragoza
Institución organizadora: Universidad de Zaragoza
Coordinador: José Ignacio Cogolludo
Ámbito: Nacional
Conferenciantes principales: M. Alberich, J. Fernández de Bobadilla
Número de participantes: 12
Entidades financiadoras principales: Universidad de Zaragoza

Nombre del evento: Fixed Point Theory and Topological Groups
Fecha: del 30 de enero al 1 de febrero de 2002
Lugar: Madrid
Institución organizadora: Universidad Complutense de Madrid (Seminario Internacional Complutense)
Coordinador: Elena Martín Peinador
Ámbito: Internacional
Conferenciantes principales: W. Banaszczyk, C. Bessaga, R. Cauty, Vaja Tarieladze, W. Wojtinski
Número de participantes: 30
Entidades financiadoras principales: Universidad Complutense de Madrid, Departamento de Geometría y Topología

Nombre del evento: Seminario de Categorías y Aplicaciones
Fecha: del 28 de febrero al 1 de marzo de 2003
Lugar: Logroño
Institución organizadora: Universidad de la Rioja
Coordinador : Luis Javier Hernández Paricio
Ámbito: Nacional
Conferenciantes principales: C. Casacuberta, L. Español, A. Rodríguez
Número de participantes: 30
Entidades financiadoras principales: Comunidad de La Rioja, Universidad de La Rioja, DGI

Nombre del evento: Seminario de Topología y Categorías
Fecha: del 10 al 17 de septiembre de 2003
Lugar: Logroñ*o*
Institución organizadora: Universidad de la Rioja
Coordinador : Luis Javier Hernández Paricio
Ámbito: Internacional
Conferenciantes principales: E. Dubuc, L. Español, L. J. Hernández Paricio, V. Matijevic
Número de participantes: 10
Entidades financiadoras principales: Comunidad de La Rioja, Universidad de La Rioja, DGI

Cursos avanzados

Nombre del evento: Teoremas de hiperbolización en 3-variedades
Fecha: abril y mayo de 1994
Lugar: Zaragoza
Institución organizadora: Universidad de Zaragoza
Coordinador: María Teresa Lozano Imízcoz
Ámbito: Nacional
Conferenciantes principales: J.-P. Otal
Número de participantes: 8
Entidades financiadoras principales: Universidad de Zaragoza

Nombre del evento: Elliptic Cohomology
Fecha: del 4 al 14 de julio de 1995
Lugar: CRM, Bellaterra
Institución organizadora: Centre de Recerca Matemàtica
Coordinador: Carles Casacuberta
Ámbito: Internacional
Conferenciantes principales: H. Miller, Ch. Thomas
Número de participantes: 48
Entidades financiadoras principales: Generalitat de Catalunya, Ministerio de Educación y Ciencia

Nombre del evento: Homotopy Theory: Localization and Periodicity
Fecha: del 3 al 14 de septiembre de 1996
Lugar: CRM, Bellaterra
Institución organizadora: Centre de Recerca Matemàtica
Coordinador: Carles Broto
Ámbito: Internacional
Conferenciantes principales: E. Dror Farjoun, D. Ravenel
Número de participantes: 52
Entidades financiadoras principales: Generalitat de Catalunya, Ministerio de Eduación y Ciencia, Comisión Europea

Nombre del evento: Rational Homotopy Theory
Fecha: octubre de 1996
Lugar: Málaga
Institución organizadora: Universidad de Málaga
Coordinador : Aniceto Murillo
Ámbito: Internacional
Conferenciantes principales : Yves Félix, Aniceto Murillo, Daniel Tanré
Número de participantes: 34
Entidades financiadoras principales: Ministerio de Eduación y Ciencia, Universidad de Málaga, Junta de Andalucía

Nombre del evento: Representaciones de grupos en SL(2,C)
Fecha: de octubre a diciembre de 1996
Lugar: Zaragoza
Institución organizadora: Universidad de Zaragoza
Coordinador: María Teresa Lozano Imízcoz
Ámbito: Nacional
Conferenciantes principales: Hugh M. Hilden
Número de participantes: 8
Entidades financiadoras principales: Ministerio de Educación y Ciencia

Nombre del evento: Classifying spaces and Cohomology of groups
Fecha: del 27 de mayo al 2 de junio de 1998
Lugar: CRM, Bellaterra
Institución organizadora: Centre de Recerca Matemàtica
Coordinador: Carles Broto
Ámbito: Internacional
Conferenciantes principales: W. Dwyer, H.-W. Henn
Número de participantes: 92
Publicación: W. Dwyer, H.-W. Henn, *Homotopy Theoretic Methods in Group Cohomology,* Advanced Courses in Mathematics CRM Barcelona, Birkhäuser Verlag, Basel Boston Berlin, 2000
Entidades financiadoras principales: Generalitat de Catalunya, Ministerio de Eduación y Cultura, Comisión Europea

Nombre del evento: Localization and Operads: Learning About
Fecha: del 6 al 10 de noviembre de 2000
Lugar: Málaga
Institución organizadora: Universidad de Málaga
Coordinador : Aniceto Murillo
Ámbito: Internacional
Conferenciantes principales: C. Casacuberta, B. Fresse, P. Lambrechts, A. Viruel
Número de participantes: 38
Entidades financiadoras principales: Comisión Europea, Ministerio de Educación y Cultura, Universidad de Málaga, Junta de Andalucía

Nombre del evento: Proper Group Actions
Fecha: del 18 al 22 de septiembre de 2001
Lugar: CRM, Bellaterra
Institución organizadora: Centre de Recerca Matemàtica
Coordinador: Carles Casacuberta
Ámbito: Internacional
Conferenciantes principales: G. Mislin, A. Valette
Número de participantes: 52
Publicación: G. Mislin, A. Valette, *Proper Group Actions and the Baum-Connes Conjecture*, Advanced Courses in Mathematics CRM Barcelona, Birkhäuser Verlag, Basel Boston Berlin, 2003
Entidades financiadoras principales: Generalitat de Catalunya, Ministerio de Ciencia y Tecnología, Comisión Europea

Nombre del evento: Geometric 3-Manifolds
Fecha: del 12 al 20 de septiembre de 2002
Lugar: CRM, Bellaterra
Institución organizadora: Centre de Recerca Matemàtica
Coordinador: Joan Porti
Ámbito: Internacional
Conferenciantes principales: M. Boileau, B. Leeb, J.-P. Otal
Número de participantes: 57
Publicación: CRM, Quadern **21**, Bellaterra, 2002
Entidades financiadoras principales: Generalitat de Catalunya, Ministerio de Ciencia y Tecnología, Comisión Europea

Nombre del evento: String Topology and Hochschild Homology: Applications to Mathematical Physics
Fecha: del 16 al 20 de septiembre de 2003
Lugar: Almería
Institución organizadora: Universidad de Almería y Centre de Recerca Matemàticaç
Coordinador: José Luis Rodríguez
Ámbito: Internacional
Conferenciantes principales: Ralph Cohen, Kathryn Hess, Alexander A. Voronov
Número de participantes: 58
Entidades financiadoras principales: Universidad de Almería, Centre de Recerca Matemàtica, GDRE, Junta de Andalucía, Ministerio de Ciencia y Tecnología

Tabla de actividades

Institución organizadora	Congresos		*Workshops*		Cursos avanzados	
	N	**I**	**N**	**I**	**N**	**I**
Centre de Recerca Matemàtica		4				5
RSME		2				
Universidad de Almería						1
Universitat Autònoma de Barcelona		1				
Universidad Complutense de Madrid				2		
Universitat Jaume I de Castelló		1				
Universidad de La Rioja			1	1		
Universidad de Málaga		2				2
UNED		3				
Universitat Politècnica de València		2				
Universidad de Zaragoza			1	1	2	

N: Nacional I: Internacional

5. Datos bibliométricos

Contenido, criterios y fuentes de información

Este capítulo tiene como objetivo ofrecer un análisis cuantitativo de la investigación en topología en España durante el decenio que abarca de 1994 a 2003. El presente estudio está inspirado en los informes "Report de la recerca a Catalunya (Matemàtiques)" del *Institut d'Estudis Catalans* para los periodos 1990-1996 y 1996-2002, así como en el informe "La investigación matemática en España en el periodo 1990-1999" elaborado por el *Comité Español para el Año Mundial de las Matemáticas.*

- *Periodo*
  Se incluyen los artículos publicados desde enero de 1994 hasta diciembre de 2003. En algunas tablas el decenio se ha dividido en dos quinquenios: 1994-1998 y 1999-2003, lo que permite analizar la evolución temporal.

- *Fuente*
  Es la base de datos MathSciNet. El trabajo de recopilación ha sido realizado por el documentalista Llorenç Arguimbau, del *Institut d'Estudis Catalans*. Se han contabilizado solamente los *artículos en revistas*, y se han excluido los libros y los proceedings.

- *Criterio de selección de artículos*
  Para decidir los artículos que son de topología se ha seleccionado una lista de códigos de la MSC (Mathematics Subject Classification) especificada a continuación, y se han considerado los artículos cuyo código primario coincide con alguno de la lista.

- *Lista de códigos de la MSC*
  Los códigos, agrupados en tres áreas, son:
  - Topología general y grupos topológicos:
    - 54 General topology.
    - 22A05 Structure of general topological groups.
    - 22A10 Analysis on general topological groups.
    - 46A04 Locally convex Fréchet spaces and (DF)-spaces.
  - Topología algebraica:
    - 55 Algebraic topology.
    - 14H30 Coverings, fundamental group (de curvas algebraicas 14H).
    - 18A40 Adjoint functors (universal constructions, reflective subcategories, Kan extensions, etc.).
    - 53B05 Linear and affine connections.
  - Variedades y complejos celulares:
    - 57 Manifolds and cell complexes.
    - 32S50 Topological aspects: Lefschetz theorems, topological classification, invariants (de singularidades complejas).
    - 32S55 Milnor fibration; relations with knot theory.
    - 53D35 Global theory of symplectic and contact manifolds.

  Las diferencias entre la MSC2000 y la MSC1991 no afectan a los códigos aquí incluidos.

- *Criterio de elaboración de los grupos*
  Los tres grupos principales se han definido según los tres pares de dígitos que claramente entran dentro de topología: 54, 55 y 57. Los otros códigos se han incluido a partir de los que han declarado los grupos en España (en el capítulo 2). Se han desestimado algunos códigos en los cuales se pudieran incluir muchas publicaciones que no fueran de topología y que pudiesen distorsionar los resultados. Por ello, estos grupos no se corresponden con los cinco artículos sobre la investigación de la

topología en España a finales del siglo XX del capítulo 6, puesto que la teoría de singularidades y las foliaciones están poco representadas en estos códigos. Algunos aspectos más topológicos de la teoría de singularidades están representados mediante los códigos 32S50 y 32S55, mientras que se han excluido otros códigos por la razón arriba mencionada.

- *Países de comparación*
  La mayoría de datos se comparan con los de otros ocho países. Los países europeos propuestos son: Alemania, Francia, Italia, Polonia y Reino Unido. Los no europeos son: Estados Unidos, Canadá y Japón.

- *Contenidos*
  1. Artículos de topología y matemáticas.
  2. Indicadores socioeconómicos.
  3. Distribución por áreas.
  4. Colaboraciones con otros países.
  5. Artículos en revistas de excelencia.
  6. Artículos en revistas de excelencia e indicadores socioeconómicos.

1. Artículos de topología y de matemáticas

1.1 Producción en España

La tabla 1 recoge los datos de producción de artículos de topología y de matemáticas en España, tanto para el decenio 1994-2003 como para los dos quinquenios 1994-1998 y 1999-2003. De un quinquenio a otro, observamos un importante aumento de la producción tanto en topología como en matemáticas en general. La tabla 2 refleja los porcentajes de artículos de matemáticas que son de topología.

	1994-1998	1999-2003	Variación	1994-2003
Topología	221	303	27,1%	524
Matemáticas	6102	9056	32,6%	15158

Tabla 1: Artículos de topología y de matemáticas

1994-1998	1999-2003	1994-2003
3,62%	3,35%	3,46%

Tabla 2: Porcentaje de artículos de matemáticas que son de topología

1.2 Producción en topología y matemáticas en otros países

Las siguientes tablas y gráficos recogen los mismos resultados que las tablas 1 y 2 para los ocho países de comparación y España. Estos datos muestran que el incremento en la producción de matemáticas es positivo en todos los países y que España tiene el mayor incremento (tabla 3 y gráfico 1). Sin embargo, se observa en la tabla 4 que en algunos países la producción en topología se mantiene estable (con variaciones inferiores al 3,5%), disminuye de manera importante en Polonia y aumenta significativamente en España, Francia y Japón. España también registra el máximo de incremento en topología (con un incremento porcentual superior al de matemáticas). También hay que remarcar que ambas tablas están ordenadas por la producción total del decenio 1994-2003 y España ocupa el penúltimo lugar.

	1994-1998	1999-2003	Variación	1994-2003
Estados Unidos	55178	59014	6,5%	114192
Alemania	15521	18009	13,8%	33530
Francia	14905	18149	17,9%	33054
Japón	14606	16785	13,0%	31391
Reino Unido	11457	14508	21,0%	25965
Italia	11460	14088	18,7%	25548
Canadá	9793	10251	4,5%	20044
España	**6102**	**9056**	**32,6%**	**15158**
Polonia	6229	6402	2,7%	12631

Tabla 3: Artículos de Matemáticas

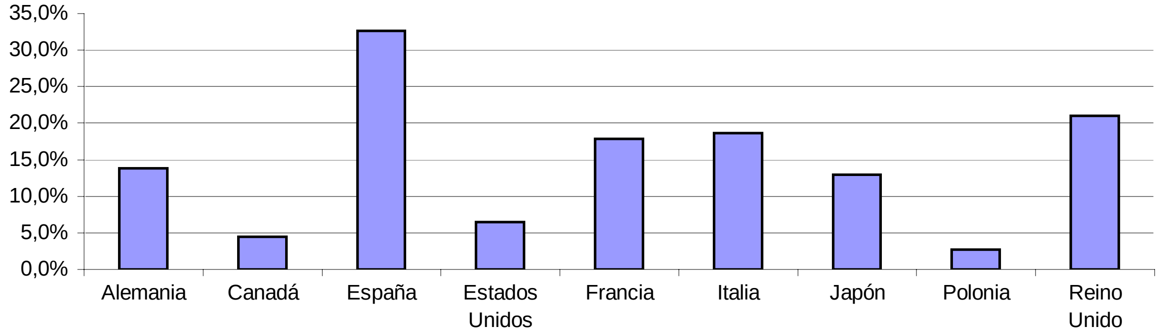


Gráfico 1: Variación de la producción en matemáticas

	1994-1998	1999-2003	Variación	1994-2003
Estados Unidos	1749	1794	2,5%	3543
Japón	914	1062	13,9%	1976
Francia	327	370	11,6%	697
Polonia	355	314	-13,1%	669
Alemania	300	311	3,5%	611
Italia	304	301	-1,0%	605
Reino Unido	271	268	-1,1%	539
España	**221**	**303**	**27,1%**	**524**
Canadá	250	242	-3,3%	492

Tabla 4: Artículos de topología

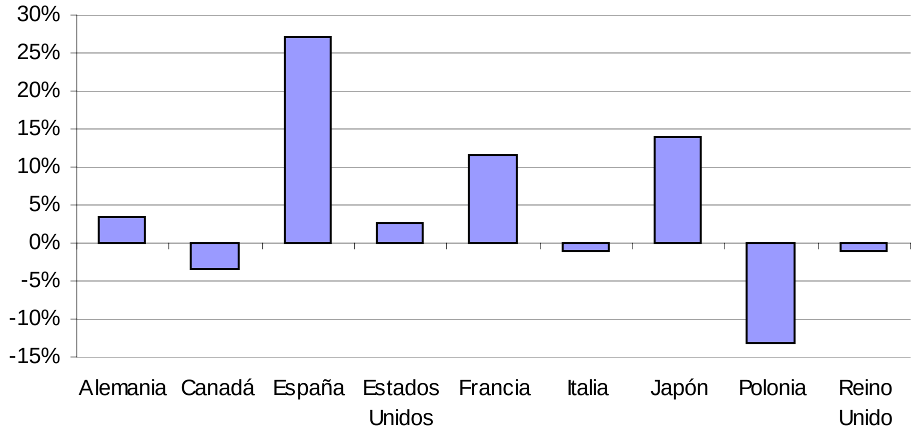


Gráfico 2: Variación de la producción en topología

1.3 Porcentaje de topología respecto a matemáticas

La tabla 5 y el gráfico 3 muestran el porcentaje de topología respecto a las matemáticas en general, tanto para el decenio 1994-2003 como para los dos quinquenios en que se divide.

Observamos que en todos los países ha disminuido ligeramente el porcentaje de artículos dedicados a topología, excepto en Japón que se mantiene estable. Japón y Polonia tienen un porcentaje claramente superior a los otros países considerados. España viene en tercer lugar.

	1994-1998	1999-2003	1994-2003
Japón	6,3%	6,3%	6,3%
Polonia	5,7%	4,9%	5,3%
España	**3,6%**	**3,3%**	**3,5%**
Estados Unidos	3,2%	3,0%	3,1%
Canadá	2,6%	2,4%	2,5%
Italia	2,7%	2,1%	2,4%
Reino Unido	2,4%	1,8%	2,1%
Francia	2,2%	2,0%	2,1%
Alemania	1,9%	1,7%	1,8%

Tabla 5: Porcentaje de artículos de matemáticas que son de topología

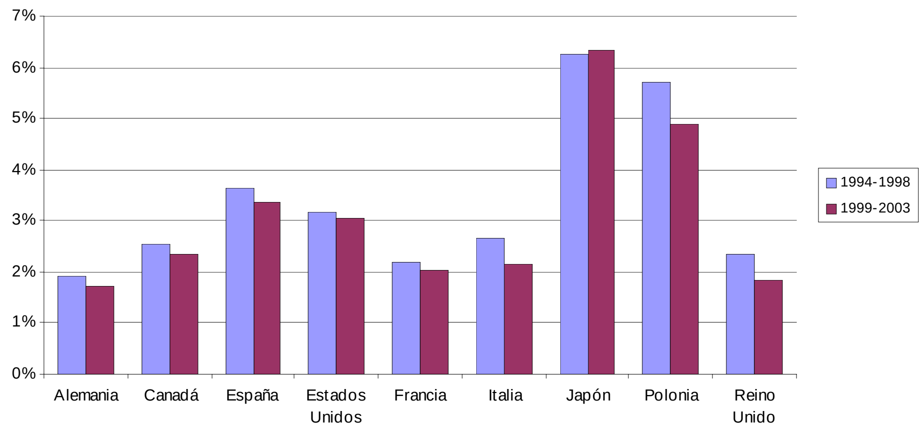


Gráfico 3: Porcentaje de producción en topología.

2. Indicadores socioeconómicos

En esta sección comparamos la producción con una serie de indicadores socioeconómicos. Parece claro que éstos influyen en la producción científica global, pero queremos determinar hasta que punto esto también es cierto para la topología. Hemos calculado la regresión lineal entre la producción en topología (variable dependiente) y las diferentes variables socioeconómicas (variables independientes o predictoras). Cuando la aproximación por regresión se considere buena, vamos a ver el papel que ocupa España respecto a dicha recta. Los datos socioeconómicos a nuestra disposición son los de la tabla 6 y se refieren al año 2000.

País	**Población**	**PIB** (1)	**Inversión I+D** (2)
Alemania	82	1.873,0	2,3
Canadá	30,8	687,9	1,7
España	40,5	558,6	0,9
Estados Unidos	283,2	9.837,4	2,5
Francia	59,2	1.294,2	2,2
Italia	57,5	1.074,0	1,0
Japón	127,1	4.841,6	2,8
Polonia	38,6	157,7	0,7
Reino Unido	59,4	1.414,6	1,8

Tabla 6: Iindicadores socioeconómicos del año 2000

Fuente: *Informe sobre el desarrollo humano 2002* / Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo

(1) Nota: PIB en miles de millones de dólares EUA

(2) Nota: Gastos en investigación y desarrollo como % del PIB

2.1 Artículos de topología y población

El gráfico 4 muestra un diagrama de dispersión de las variables “artículos de topología” en el eje vertical y “población en millones de habitantes” en el eje horizontal. La recta de regresión y el coeficiente de correlación al cuadrado son:

$$y = 12{,}748x - 29{,}536$$
$$R^2 = 0{,}951$$

donde la variable y designa los artículos de topología y la x la población en millones de habitantes. El coeficiente R^2 está muy cerca de 1, por lo que se considera que la regresión lineal es una buena aproximación. El valor esperado según esta recta de regresión para España es de 461,8, ligeramente inferior al valor real: 524. Ello indica que la producción española de topología es ligeramente superior a lo que corresponde a su población. El país que más supera el valor de la recta de regresión es Japón (127,1 millones de habitantes y 1976 artículos).

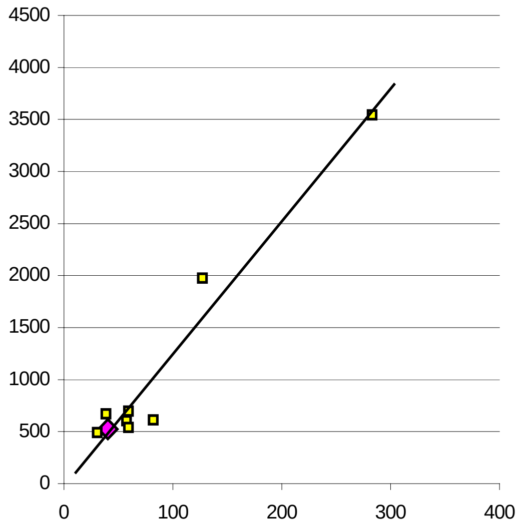


Gráfico 4: Dispersión de artículos de topología (eje y) y de población en millones de habitantes (eje x). España se representa con un punto en otro formato

2.2 Artículos de topología y PIB

El gráfico 5 muestra un diagrama de dispersión análogo al del gráfico 4, pero ahora la población se substituye por el PIB en miles de millones de dólares USA. La recta de regresión y el coeficiente de correlación al cuadrado son:

$$y = 0{,}3291x + 277{,}96$$
$$R^2 = 0{,}9704$$

La aproximación lineal también es muy buena, porque el coeficiente R^2 vuelve a ser muy próximo a 1. El valor esperado según esta recta de regresión para España es de 486,76, otra vez ligeramente inferior al valor real: 524. Como en 2.1, la producción es ligeramente superior a la esperada en función del PIB. El país que más supera el valor de la recta de regresión es Polonia, con un PIB muy bajo.

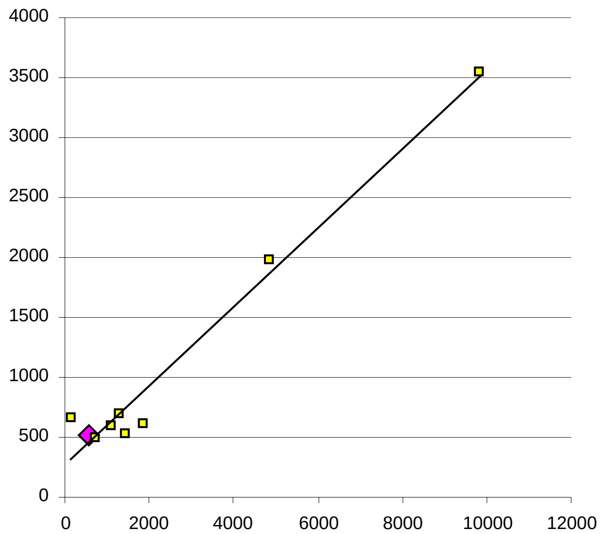


Gráfico 5: Dispersión de artículos de topología (eje y) y de PIB en millones de dólares EUA (eje x). España se representa con un punto en otro formato

2.3 Artículos de topología por habitante

La tabla 7 refleja el número de artículos de topología por millón de habitantes. Habíamos observado en la sección 2.1 una buena correlación lineal entre los artículos de topología y la población; sin embargo los cocientes de las dos variables variarán, al no pasar la recta de regresión por el origen. En la tabla 7 destacan un grupo de tres países: Polonia, Japón y Canadá. No todos estos países tienen poca población, en particular Japón tiene la segunda mayor población de la lista y Polonia tiene casi tantos habitantes como España. Hay que tener en cuenta la tradición de cada país, con las cifras de la tabla 4 y los porcentajes de la tabla 5 (Gráfico 3). España ocupa el cuarto lugar en la lista, con un cociente comparable a Estados Unidos o Francia, aunque ligeramente superior.

Polonia	17,33
Canadá	15,97
Japón	15,55
España	**12,94**
Estados Unidos	12,51
Francia	11,77
Italia	10,52
Reino Unido	9,07
Alemania	7,45

Tabla 7: Artículos de topología por millón de habitantes

Buscamos una posible relación lineal entre los artículos de topología por habitante y el porcentaje del PIB invertido en I+D. El coeficiente de correlación al cuadrado $R^2 = 0,045$ tan bajo y el diagrama de dispersión del gráfico 6 muestran que no existe dicha relación lineal.

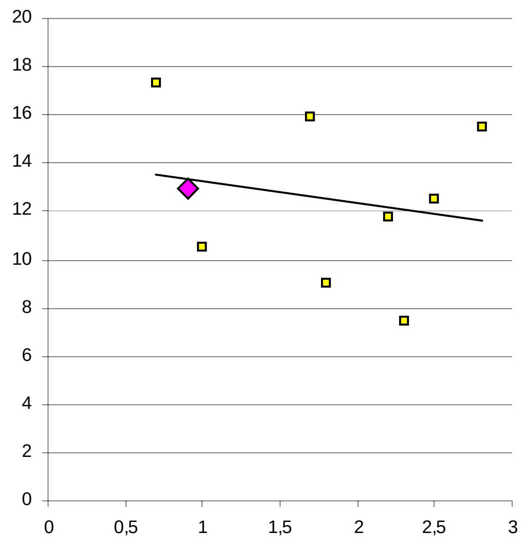


Gráfico 6: Dispersión de artículos de topología por millón de habitantes (eje y) e inversión en I+D en % del PIB (eje y)

La tabla 8 presenta los artículos de matemáticas por cada millón de habitantes: Observamos que España ocupa el séptimo lugar, mientras que en la tabla 7, de artículos de topología, ocupaba el cuarto lugar.

Canadá	650,78
Francia	558,34
Italia	444,31
Reino Unido	437,12
Alemania	408,90
Estados Unidos	403,22
España	**374,27**
Polonia	327,23
Japón	246,98

Tabla 8: Artículos de matemáticas por millón de habitantes

3. Distribución por áreas

Las tres áreas consideradas, "topología general", "topología algebraica" y "variedades y complejos celulares", se definen utilizando los códigos MSC2000, como se detalla en la introducción.

3.1 Distribución en España

La tabla 9 y el gráfico 7 describen la distribución por áreas de la producción en topología durante los quinquenios 1994-1998 y 1999-2003. Observamos que en topología general y en variedades y complejos celulares la producción ha aumentado, mientras que en topología algebraica se ha mantenido estable (ha aumentado un solo artículo). En consecuencia la proporción de artículos de topología algebraica ha disminuido, mientras que en las otras ha aumentado. En ambos quinquenios, la topología general tiene un porcentaje superior al 50%.

Topología general		Topología algebraica		Variedades y complejos	
1994-1998	**1999-2003**	**1994-1998**	**1999-2003**	**1994-1998**	**1999-2003**
115	166	61	62	45	75
52,04%	54,79%	27,60%	20,46%	20,36%	24,75%

Tabla 9: Distribución por áreas de artículos de topología en España

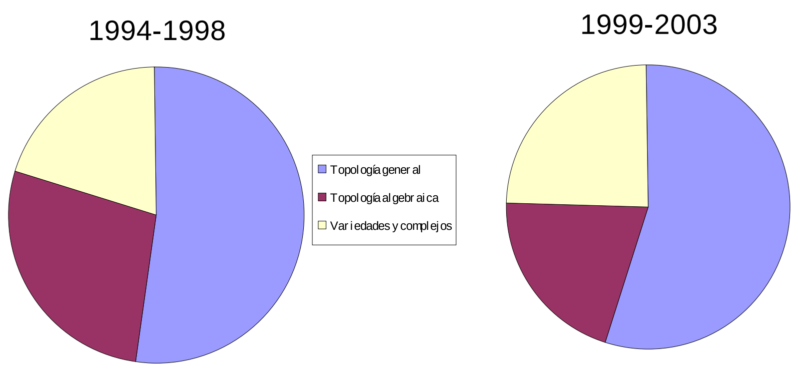


Gráfico 7: Distribución por áreas en España.

3.2 Distribución en otros países

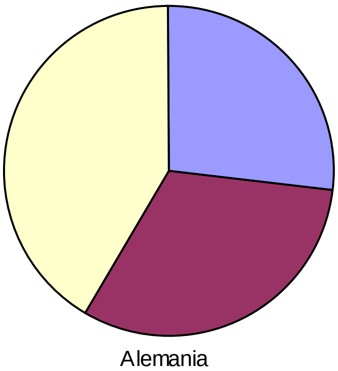
Las tablas 10 y 11 muestran la producción en topología por áreas de cada uno de los países considerados, en cifras absolutas y relativas.

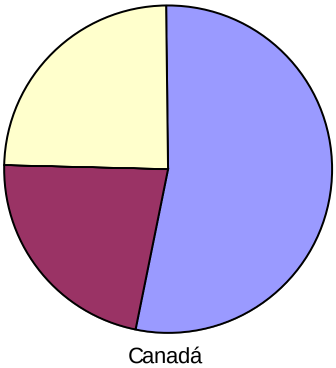
	Top. general	Top. algebraica	Var. y complejos
Alemania	164	192	255
Canadá	261	109	122
España	281	123	120
Estados Unidos	1043	628	1872
Francia	135	162	400
Italia	303	67	235
Japón	588	402	986
Polonia	494	95	80
Reino Unido	179	133	227

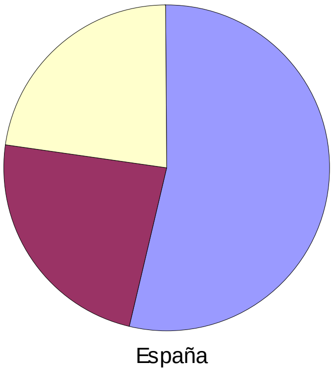
Tabla 10: Producción de topología organizada por áreas y países.

	Top. general	Top. algebraica	Var. y complejos
Alemania	26,84%	31,42%	41,73%
Canadá	53,05%	22,15%	24,80%
España	53,63%	23,47%	22,90%
Estados Unidos	29,44%	17,73%	52,84%
Francia	19,37%	23,24%	57,39%
Italia	50,08%	11,07%	38,84%
Japón	29,76%	20,34%	49,90%
Polonia	73,84%	14,20%	11,96%
Reino Unido	33,21%	24,68%	42,12%

Tabla 11: Porcentajes por áreas de la producción de topología







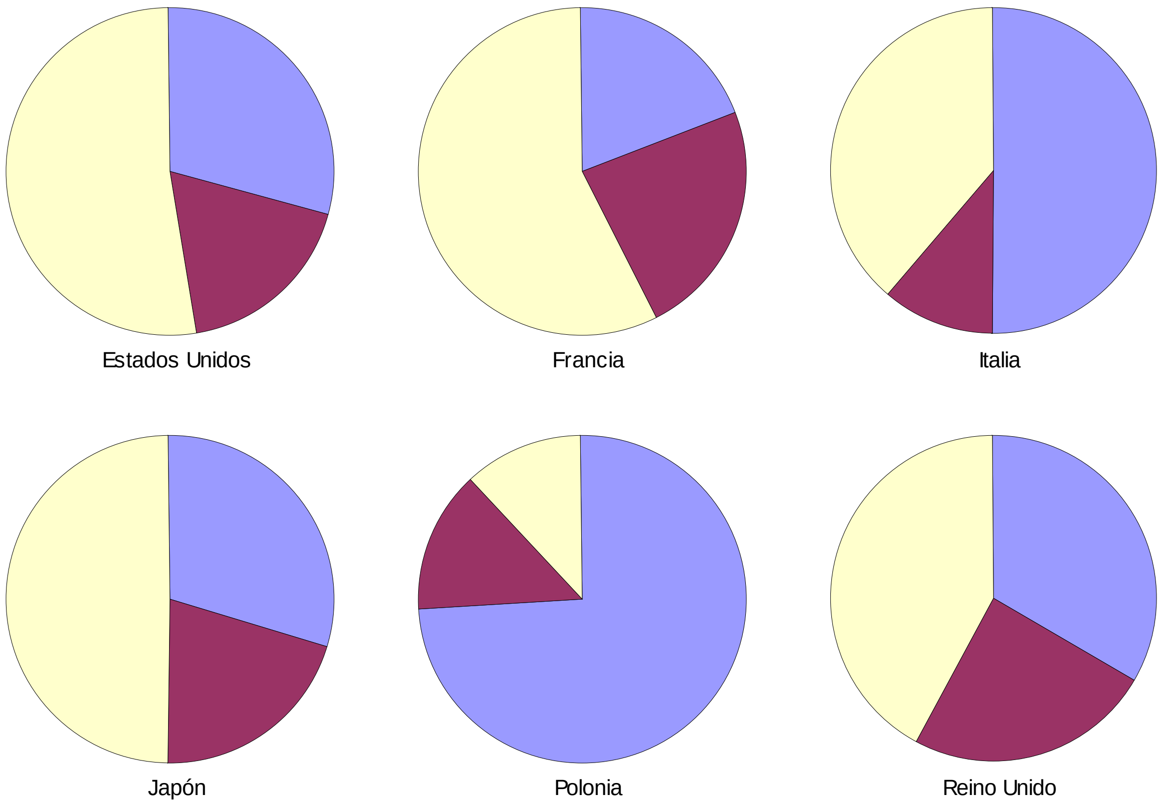


Gráfico 8: Distribución por áreas en los diferentes países (azul: topología general, rojo: topología algebraica, amarillo: variedades y complejos).

Observamos que Canadá tiene una distribución muy parecida a la de España. Alemania y el Reino Unido son los países con una distribución más equilibrada entre las tres áreas. La topología general supera el 50% en Canadá, España, Italia y sobre todo Polonia (73,84%), que cuenta con una gran tradición en la materia. Los países donde las variedades y los complejos celulares superan el 50% son Estados Unidos y Francia (además Japón tiene un 49,90%).

4. Colaboraciones con otros países

4.1 Colaboraciones en España con otros países

Las tablas y gráficos de esta sección dan una medida del grado de colaboración entre los topólogos españoles con los de otros países. En estas tablas se contabiliza el porcentaje de artículos con al menos un coautor de una institución de fuera de España (en general, fuera del país que se analiza). Estos índices pueden contribuir a dar una idea de si la investigación en España sigue las mismas líneas que la que se realiza en el mundo, o si el grado de colaboración con matemáticos de otros países es alto o bajo. Aunque a priori parece positivo que el grado de colaboración con matemáticos extranjeros sea elevado, se puede interpretar como un hecho negativo, argumentando que si los investigadores de un país colaboran mucho con los de otros países es porque no tienen suficiente capacidad y necesitan cierta ayuda exterior. Sin embargo también se puede interpretar que un elevado índice de colaboración con el extranjero responde a un elevado potencial matemático que permite la interacción en temas diversos y con grupos de otros países.

La tabla 12 presenta los resultados según las diferentes áreas de topología y durante los dos quinquenios, mientras que la tabla 13 los ofrece para topología y para matemáticas. Los porcentajes de ambas tablas se representan en los gráficos 9 y 10.

	Topología general		Topología algebraica		Variedades y complejos	
	1994-1998	1999-2003	1994-1998	1999-2003	1994-1998	1999-2003
En colaboración	32	45	11	20	15	31
Total	115	166	61	62	45	75
Porcentaje	27,83%	27,11%	18,03%	32,26%	33,33%	41,33%
Porc. 1994-2003	27,40%		25,20%		38,33%	

Tabla 12: Artículos de topología en colaboración con otros países organizados por áreas

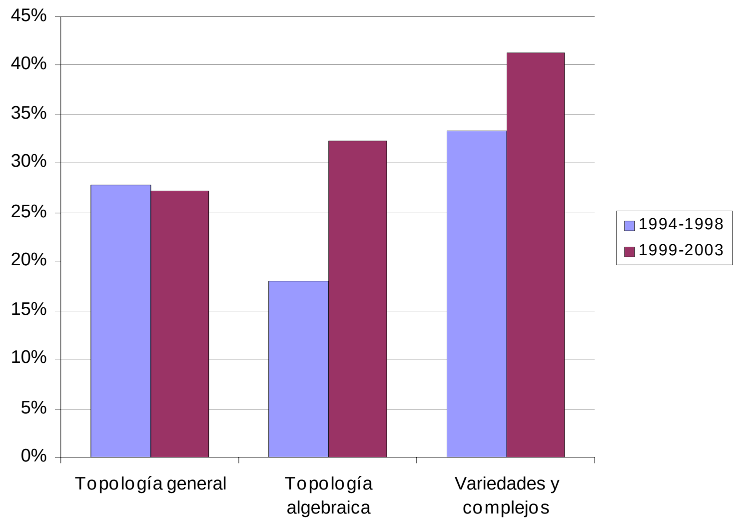


Gráfico 9: Porcentajes de artículos de topología en colaboración con otros países

	Topología		Matemáticas	
	1994-1998	1999-2003	1994-1998	1999-2003
En colaboración	58	96	1.815	2.991
Total	221	303	6.102	9.056
Porcentaje	26,24%	31,68%	29,74%	33,03%
Porc. 1994-2003	29,39%		31,71%	

Tabla 13: Artículos en colaboración con otros países de topología y matemáticas

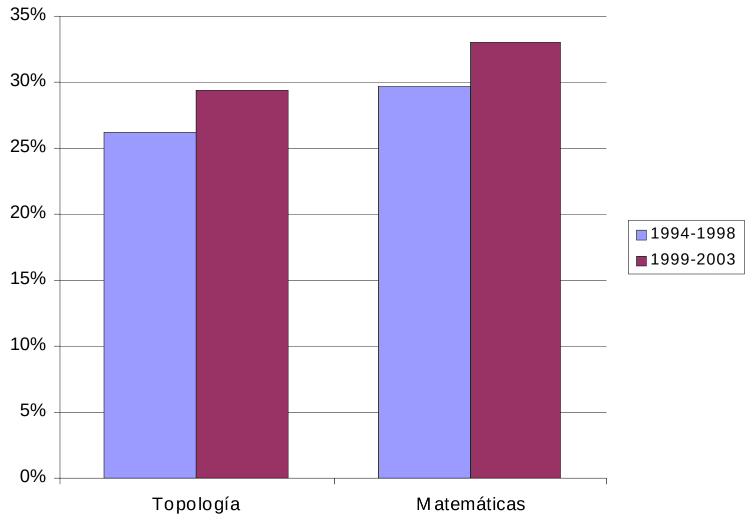


Gráfico 10: Porcentajes de artículos en colaboración con otros países (de topología y de matemáticas).

4.2 Colaboraciones internacionales de otros países

Las tablas y los gráficos de esta sección son los equivalentes de los de la sección anterior pero para los ocho países de comparación y España referidos al decenio 1994-2003. La tabla 14 y el gráfico 11 están agrupados por áreas de la topología y la tabla 15 y el gráfico 12 describen los resultados para topología y matemáticas en general.

Observamos que en cada país el porcentaje de artículos en colaboración con extranjeros en topología es similar al de matemáticas en general. En algunos países, hay diferentes índices de colaboración según el área de topología.

	Top. general	**Top. algebraica**	**Var. y complejos**
Alemania	33,54%	29,69%	32,94%
Canadá	53,64%	52,29%	50,00%
España	27,40%	25,20%	38,33%
Estados Unidos	25,02%	24,84%	17,79%
Francia	25,93%	30,25%	27,25%
Italia	34,32%	11,94%	22,98%
Japón	31,97%	8,71%	9,63%
Polonia	23,08%	27,37%	25,00%
Reino Unido	36,87%	24,06%	41,41%

Tabla 14: Colaboraciones internacionales según las diferentes áreas y países

	Topología	Matemáticas
Alemania	32,08%	35,22%
Canadá	52,44%	44,44%
España	29,39%	31,71%
Estados Unidos	21,17%	26,81%
Francia	27,69%	31,39%
Italia	27,44%	31,90%
Japón	16,09%	14,37%
Polonia	23,92%	25,63%
Reino Unido	35,62%	36,32%

Tabla 15: Colaboraciones internacionales para topología y matemáticas de los diferentes países

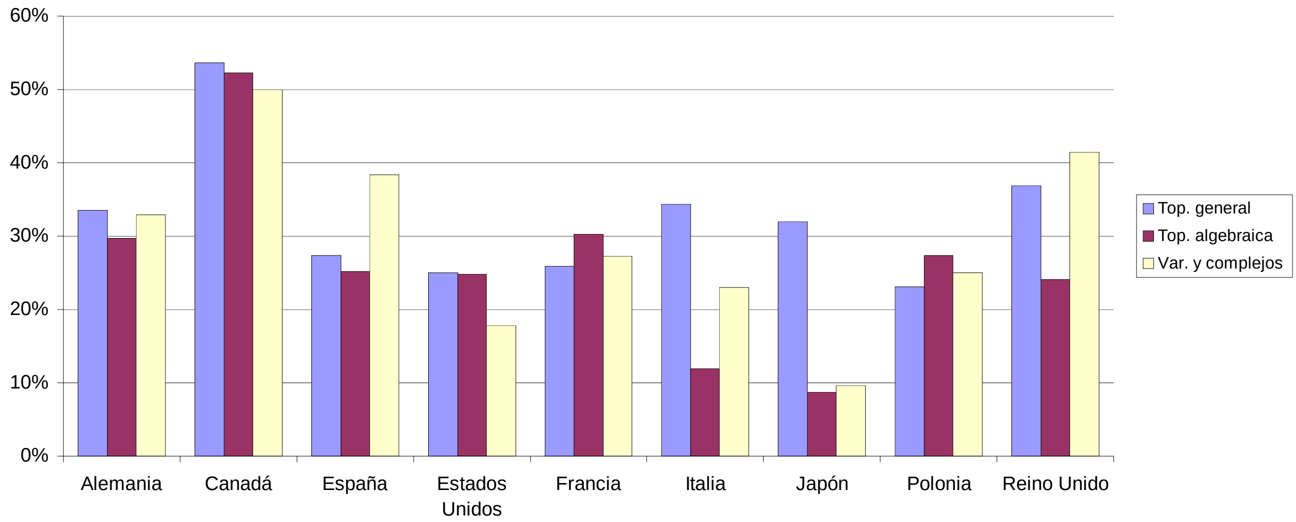


Gráfico 11: Porcentajes de artículos en colaboración con otros países según áreas de topología

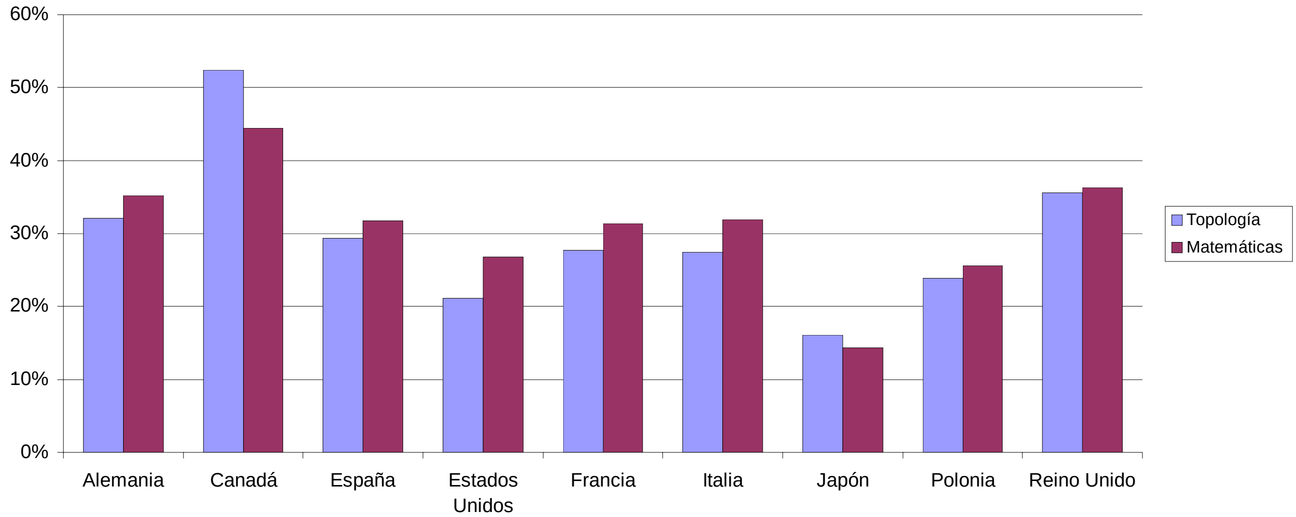


Gráfico 12: Porcentajes de artículos en colaboración con otros países de topología y de Matemáticas

5. Artículos en revistas de excelencia

Es muy difícil cuantificar la calidad de la producción en topología y en cualquier área de las matemáticas. El mejor método que hemos encontrado ha sido tener en cuenta una serie de revistas de excelencia. La principal ventaja de este método es su sencillez para la obtención de resultados, pero no está exento de problemas. Por ejemplo, la calidad de un artículo no está directamente relacionada con el prestigio de la revista, hay artículos muy buenos y de gran influencia que están en revistas que no se incluyen en la lista que consideramos.

La confección de la lista de revistas de excelencia es un tema muy espinoso. En este trabajo hemos decidido utilizar la misma lista que en el Report de la Recerca a Catalunya (1996-2002), exclusivamente por razones de orden práctico. Esta lista está elaborada por los redactores de dicho report a partir de índices de impacto del Journal Citation Repport (JCR) y de una selección de revistas especializadas de cada área. Adoptar esta lista de revistas tiene la ventaja que ha sido elaborada por matemáticos que no son topólogos, con lo que no deberían notarse preferencias por una área determinada de la topología, además de haber sido elaborada por el equipo del informe de 1990-1996 y ampliada por el del informe 1996-2002. Sin embargo la lista no deja de plantear una serie de inconvenientes:

- Los índices de impacto son una medida muy parcial de la calidad de las revistas. Dichos índices sólo tienen en cuenta las citaciones durante los dos años siguientes a la publicación. Los trabajos importantes en matemáticas pueden tardar más tiempo a tener influencia y a ser citados en otros artículos. Ademas, el proceso de *referee* y los retrasos en la publicación (*backlog*) pueden requerir un plazo de dos años. La posición de una revista en estas listas puede variar considerablemente en años consecutivos.
- Otra razón de peso a tener en cuenta es que importantes revistas no están evaluadas por el JCR por diversos motivos (la cara cuota de participación puede ser una razón). Nadie duda por ejemplo que *Publications Mathématiques de l'I.H.E.S*. es una revista de elevado prestigio, pero no está evaluada por el JCR. La nuevas revistas electrónicas *Geometry and Topology* y *Algebraic Geometry and Topology* tienen artículos con un nivel muy elevado, pero por su militancia en el sistema de gratuidad de revistas no participan en la evaluación del JCR. Merece la pena mencionar que *Topology and its applications* es una revista que publica excelentes artículos, pero que está perjudicada en el JCR por el grado de especialización de algunos de sus artículos. Un fenómeno similar ocurre para la revista *Fundamenta Mathematicae.*

Teniendo en cuenta todas estos problemas, esperamos que los resultados presentados sean útiles a nivel estadístico.

Lista de revistas (fuente: Report de la Recerca a Catalunya (1996-2002)):

- Acta Mathematica
- Advances in Applied Probability
- Advances in Mathematics
- American Journal of Mathematics
- Annals de l’Institut Fourier
- Annals of Mathematics
- Annales Scientifiques de l’´Ecole Normale Supérieure
- Archive for Rational Mechanics and Analysis
- Arkiv für Mathematik
- Artificial Intelligence
- Biometrika
- Bulletin of the American Mathematical Society
- Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy
- Combinatorica
- Commentari Mathematici Helvetici
- Communications on Pure and Applied Mathematics
- Duke Mathematical Journal
- Econometrica

- Ergodic Theory and Dynamical Systems
- Indiana University Mathematical Journal
- Inventiones Mathematicae
- Journal d'Analyse Mathématique
- Journal de Mathématiques Pures et Appliquées
- Journal für die Reine und Angewandte Mathematik
- Journal of Algebra
- Journal of Differential Equations
- Journal of Differential Geometry
- Journal of Functional Analysis
- Journal of Mathematical Analysis and Applications
- Journal of Mathematical Biology
- Journal of Number Theory
- Journal of the American Mathematical Society
- Journal of the American Statistical Association
- Journal of the Royal Statistic Society
- Mathematics of Computation
- Mathematische Annalen
- Mathematische Zeitschrift
- Nonlinearity
- Proceedings of the London Mathematical Society
- SIAM Journal on Applied Mathematics
- SIAM Journal on Control and Optimization
- SIAM Journal on Discrete Mathematics
- SIAM Journal on Numerical Analysis
- Studies in Applied Mathematics
- The Annals of Probability
- The Annals of Statistics
- Topology
- Transactions of the American Mathematical Society

5.1 Artículos en revistas de excelencia en España

La tabla 16 nos da las cifras en valores absolutos y relativos de las publicaciones de topología que están en la lista anterior. El porcentaje está calculado respecto al total de artículos de topología. La tabla 17 nos da los mismos resultados para matemáticas.

Observamos que el número de artículos de topología en dichas revistas se ha multiplicado por un factor 2,6 (39/15), mientras que en matemáticas se ha multiplicado por un factor 1,58 (946/598). El porcentaje de artículos de excelencia en revistas de topología casi se ha duplicado, pasando de 6,79% a 12,87% y superando al de matemáticas en general en el segundo quinquenio.

	1994-1998	1999-2003	Variación	1994-2003
Artículos	15	39	160,00%	54
Porcentaje	6,79%	12,87%	89,64%	10,31%

Tabla 16: Artículos de excelencia de topología en España. Los porcentajes son respecto al total de artículos de topología en España

	1994-1998	1999-2003	Variación	1994-2003
Artículos	598	946	58,19%	1544
Porcentaje	9,80%	10,45%	6,59%	10,19%

Tabla 17: Artículos de excelencia de matemáticas en España

5.2 Distribución por áreas

La tabla 18 presenta los artículos en revistas de excelencia organizados por áreas y por quinquenios.

	Top. general		**Top. algebraica**		**Var. y complejos**	
	1994-1998	**1999-2003**	**1994-1998**	**1999-2003**	**1994-1998**	**1999-2003**
Excelencia	3	10	6	15	6	14
Total	115	166	61	62	45	75
Porcentaje	2,61%	6,02%	9,84%	24,19%	13,33%	18,67%
Porc. 1994-2003	4,63%		17,07%		16,67%	

Tabla 18: Artículos en revistas de excelencia por áreas y por quinquenios

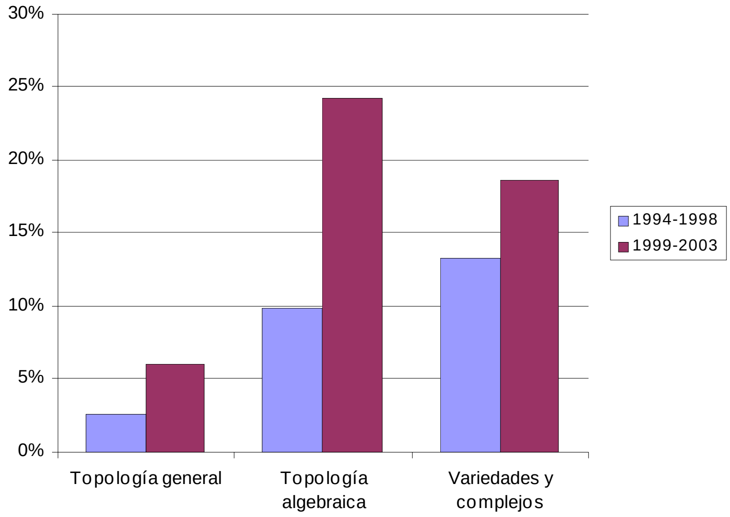


Gráfico 13: Porcentajes de artículos de topología en revistas de excelencia según áreas.

5.3 Artículos en revistas de excelencia en otros países

Las tablas 19 y 20 presentan la evolución de los artículos en revistas de excelencia en topología y matemáticas respectivamente durante los dos quinquenios en los diferentes países. El mayor incremento con diferencia es el de topología en España (160%), seguido por el de matemáticas en España (58,19%) y el Reino Unido (52,75%).

	1994-1998	**1999-2003**	**Incremento**
Alemania	63	62	-1,59%
Canadá	30	32	6,67%
España	**15**	**39**	**160,00%**
Estados Unidos	414	337	-18,60%
Francia	70	77	10,00%
Italia	14	10	-28,57%
Japón	56	49	-12,50%
Polonia	15	15	0,00%
Reino Unido	48	54	12,50%

Tabla 19: Artículos de topología en revistas de excelencia

	1994-1998	1999-2003	Incremento
Alemania	1.629	1.919	17,80%
Canadá	1.021	994	-2,64%
España	**598**	**946**	**58,19%**
Estados Unidos	7.679	8.151	6,15%
Francia	1.817	2.471	35,99%
Italia	806	1.125	39,58%
Japón	864	1.085	25,58%
Polonia	291	349	19,93%
Reino Unido	1.126	1.720	52,75%

Tabla 20: Artículos de matemáticas en revistas de excelencia

Las tablas 21 y 22 ofrecen las cifras de la tabla anterior para todo el decenio, en valores absolutos y en porcentajes, para topología y matemáticas respectivamente. Las tablas están ordenadas según los porcentajes de revistas de excelencia. En la lista de topología España ocupa el sexto lugar, mientras que en matemáticas el quinto, a pesar de que el porcentaje español para topología es superior al de matemáticas. Los porcentajes están representados en el gráfico 14.

	Artículos	Porcentaje
Estados Unidos	751	21,20%
Francia	147	21,09%
Alemania	125	20,46%
Reino Unido	102	18,92%
Canadá	62	12,60%
España	**54**	**10,31%**
Japón	105	5,31%
Polonia	30	4,48%
Italia	24	3,97%

Tabla 21: Artículos de excelencia de topología. El porcentaje de artículos de excelencia está calculado respecto al total de topología

	Artículos	Porcentaje
Estados Unidos	15830	13,86%
Francia	4288	12,97%
Reino Unido	2846	10,96%
Alemania	3548	10,58%
España	**1544**	**10,19%**
Canadá	2015	10,05%
Italia	1931	7,56%
Japón	1949	6,21%
Polonia	640	5,07%

Tabla 22: Artículos de excelencia de matemáticas

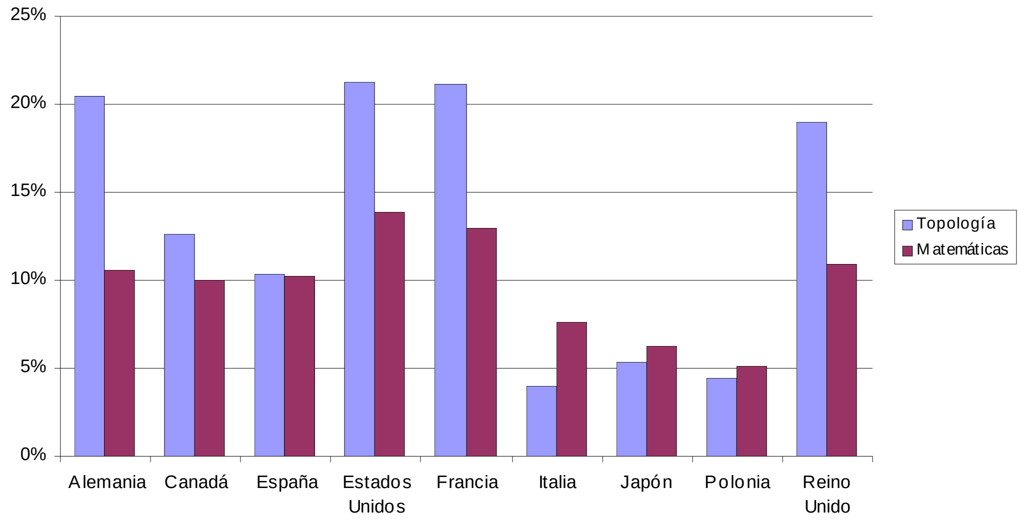


Gráfico 14: Porcentajes de artículos de topología y de Matemáticas en revistas de excelencia.

5.4 Artículos de excelencia por áreas y países.

La tabla 23 y el correspondiente gráfico 15 ofrecen los porcentajes de artículos en revistas de excelencia para cada país y cada una de las áreas de la topología. Observamos que la topología general tiene el menor porcentaje de cada país excepto Italia.

	Top. general	Top. algebraica	Var. y complejos
Alemania	7,32%	26,56%	24,31%
Canadá	4,21%	21,10%	22,95%
España	4,63%	17,07%	16,67%
Estados Unidos	4,22%	32,48%	26,87%
Francia	5,93%	21,60%	26,00%
Italia	1,65%	1,49%	7,66%
Japón	0,85%	6,72%	7,40%
Polonia	2,83%	7,37%	11,25%
Reino Unido	2,23%	36,09%	22,03%

Tabla 23: Porcentajes de artículos en revistas de excelencia según áreas y países

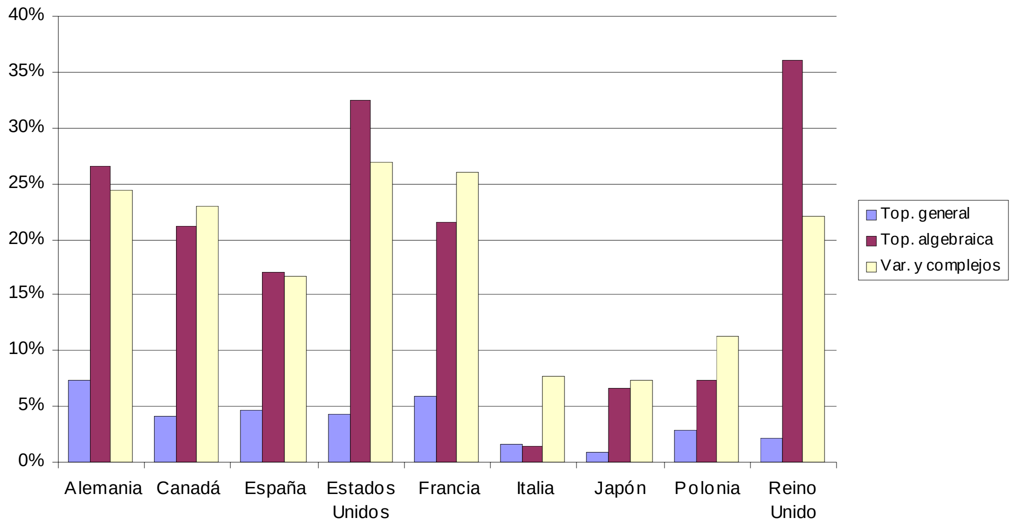


Gráfico 15: Porcentajes de artículos de topología en revistas de excelencia para cada país y cada área

6. Artículos de excelencia e indicadores socioeconómicos.

En esta sección reelaboramos el análisis de la sección 2, que compara la producción en topología con los indicadores socioeconómicos, pero con los artículos de topología en revistas de excelencia.

6.1 Artículos de topología en revistas de excelencia y población

Primero damos el cociente entre los artículos de topología en revistas de excelencia y la población de cada país en millones de habitantes (tabla 24). Los datos están representados en el diagrama de barras del gráfico 16.

Estados Unidos	2,65
Francia	2,48
Canadá	2,01
Reino Unido	1,72
Alemania	1,52
España	**1,33**
Japón	0,83
Polonia	0,78
Italia	0,42

Tabla 24: Artículos de topología en revistas de excelencia por cada millón de habitantes

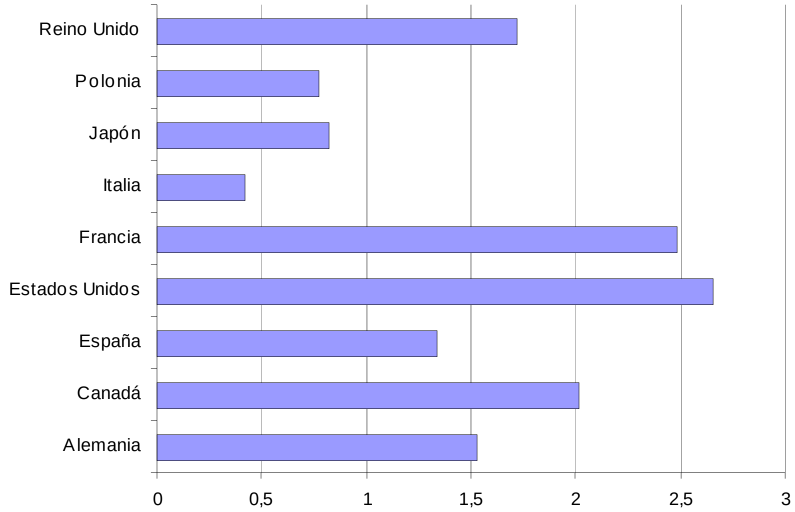


Gráfico 16: Artículos de topología en revistas de excelencia por cada millón de habitantes

Después del cociente entre las dos variables, calculamos la recta de regresión entre el número de artículos de topología en variables de excelencia (variable dependiente y) y la población (variable independiente x). El coeficiente de correlación al cuadrado es $R^2 = 0{,}8999$, por lo que la regresión se considera buena (gráfico 17). La recta de regresión es

$$y = 2{,}7216\, x – 79{,}803$$

y el valor esperado para España es 30,42, inferior al valor real, 54 artículos.

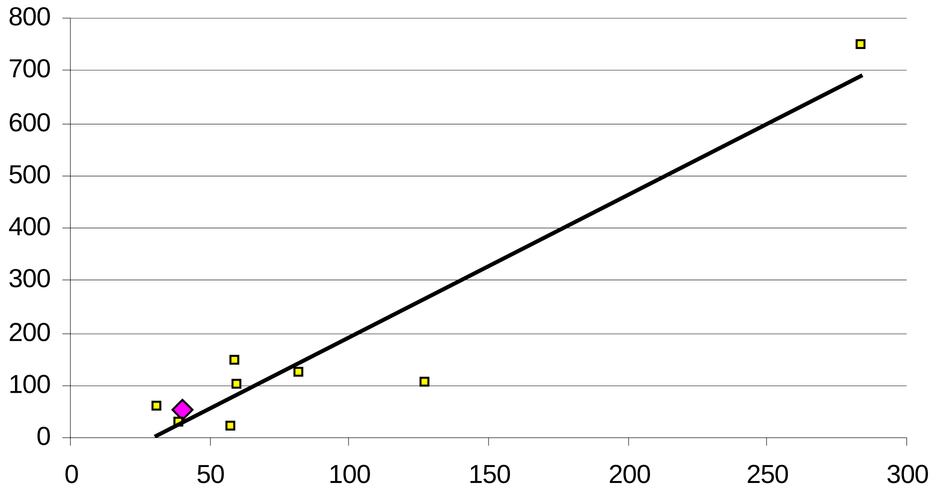


Gráfico 17: Diagrama de dispersión y recta de regresión de artículos de topología en revistas de excelencia (eje y) y población (eje x) en millones de habitantes. España se representa con un símbolo diferente

6.2 Artículos de topología en revistas de excelencia y PIB

Como en el apartado precedente, empezamos describiendo el cociente entre el número de artículos de topología en revistas de excelencia y el PIB (tabla 25 y gráfico 18).

Polonia	190,23
Francia	113,58
España	**96,67**
Canadá	90,13
Estados Unidos	76,34
Reino Unido	72,11
Alemania	66,74
Italia	22,35
Japón	21,69

Tabla 25: Artículos de topología en revistas de excelencia entre PIB (en billones de dólares EUA)

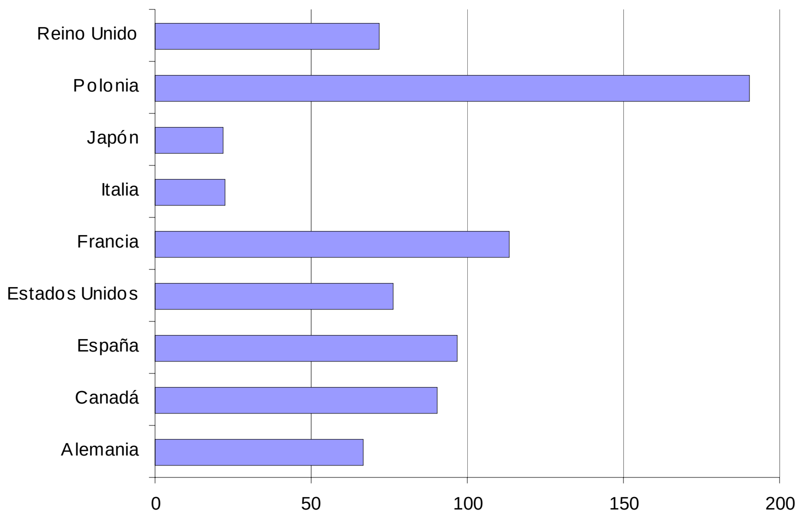


Gráfico 18: Artículos de topología en revistas de excelencia entre PIB (en billones de dólares EUA)

Volvemos a utilizar la regresión lineal para comparar las dos variables. El coeficiente de correlación al cuadrado $R^2 = 0,8473$ nos permite aceptar la recta de regresión. El resultado es:

$$y = 0,0675\ x - 7,4547$$

donde x es el PIB en miles de millones de dólares e y es el número de artículos de topología en revistas de excelencia. El valor esperado para España según esta recta es 30,25, inferior al valor real (54).

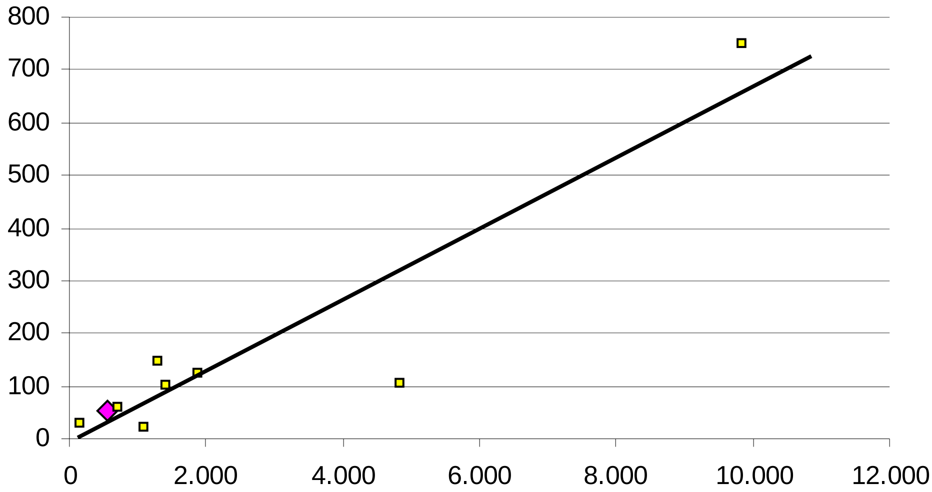


Gráfico 19: Diagrama de dispersión y regresión lineal entre artículos de topología en revistas de excelencia (variable y) y PIB (en miles de millones de dólares EUA variable x)

6.3 Artículos de topología en revistas de excelencia e inversión en I + D

Empezamos como en las otras dos secciones calculando para cada país el cociente entre el número de artículos y la inversión en I+D (no en porcentaje sino en valor absoluto, en decenas de miles de millones de dólares (tabla 26 y gráfico 20).

Polonia	271,76
España	**107,41**
Canadá	53,02
Francia	51,63
Reino Unido	40,06
Estados Unidos	30,54
Alemania	29,02
Italia	22,35
Japón	7,75

Tabla 26: Cociente entre el número de artículos y la inversión en I+D en decenas de miles de millones de dólares

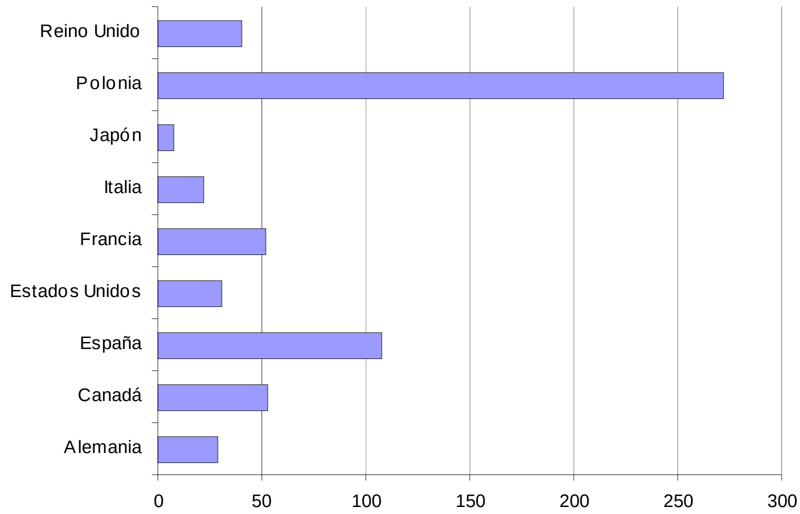


Gráfico 20: Artículos de topología en revistas de excelencia entre inversión en I+D (en decenas de miles de millones de dólares EUA)

Si nos interesamos por la regresión lineal, está validada por el coeficiente $R^2 = 0{,}8007$. La variable predictora x es la inversión en I+D (en decenas de miles de millones de dólares EUA) y la variable dependiente y es como siempre el número de artículos de topología en revistas de excelencia. La recta es

$$y = 2{,}4776\ x + 15{,}961$$

y el valor predicho para España es 28,42, otra vez sensiblemente inferior al valor real 54.

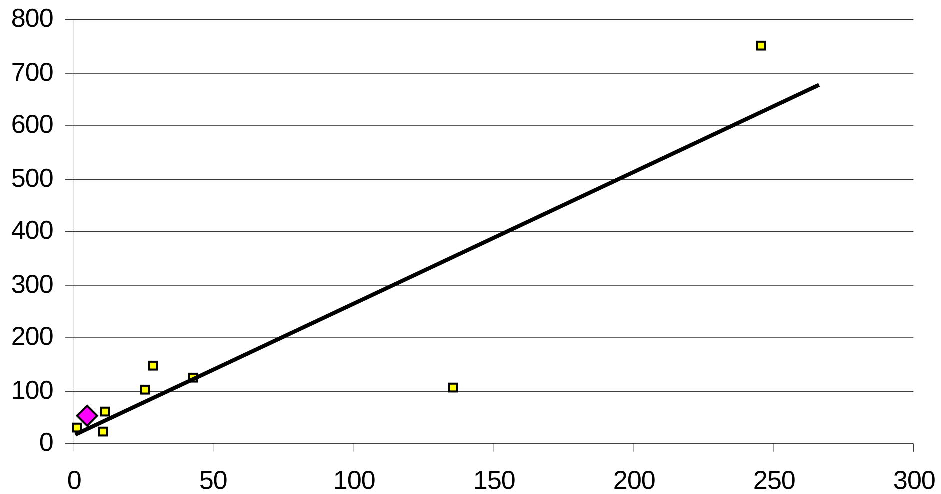


Gráfico 21: Diagrama de dispersión y regresión lineal entre artículos de topología en revistas de excelencia (variable y) en inversión en I+D (en decenas de miles de millones de dólares EUA variable x)

7. Observaciones

- Comparando los quinquenios 1994-1998 y 1999-2003, España registra un importante aumento de producción tanto en topología como en matemáticas en general. En cifras absolutas, la producción es bastante baja comparada con la mayoría de otros países, tanto para topología como para matemáticas. La posición de España en el “ranking” mejora sensiblemente cuando se tienen en cuenta factores socioeconómicos.

- La proporción de artículos de topología respecto a matemáticas en general ha disminuido muy ligeramente de un quinquenio a otro.
- En la mayoría de países con que se ha comparado España, la producción en matemáticas ha aumentado entre los dos quinquenios, con valores inferiores a los españoles. Sin embargo en algunos países la producción en topología ha disminuido.
- Cuando se mira la variación de la producción en las llamadas “revistas de excelencia”, considerada como un indicador de la calidad, los resultados para las matemáticas españolas han aumentado de un quinquenio al siguiente, pero todavía lo han hecho más para la topología.
- Hay que tener en cuenta los inconvenientes que presenta la lista de revista de excelencia, en la que seguramente faltan algunas revistas. Dicha lista se debe utilizar sólo con fines estadísticos, sin pretender evaluar la calidad de un artículo concreto.
- Cuando se utilizan los indicadores socioeconómicos, España siempre obtiene valores de producción de artículos de topología superiores a los esperados en la recta de regresión. Esta diferencia es pequeña para el caso de valores totales, y es bastante significativa cuando se refiere a artículos de excelencia.
- Al clasificar la topología en tres áreas, la de mayor producción en España es la topología general, algo más de la mitad, mientras que las otras dos áreas (topología algebraica y variedades y complejos celulares) tienen algo menos de una cuarta parte cada una. Sin embargo, el número de artículos de topología general en revistas de excelencia (13) es inferior al de artículos de topología algebraica (21) o de variedades y complejos (20) en dichas revistas.
- El índice de colaboración con otros países tiene un porcentaje similar para topología y para matemáticas en general, a pesar de que dentro de las diferentes áreas de topología hay variaciones importantes.

6. La investigación de la topología en España a finales del siglo XX

Contenido, criterios y fuentes de información

Ha parecido interesante incluir la opinión de destacados investigadores en topología sobre el desarrollo de la investigación en esta área en España. Para ello se ha dividido el área en 5 grandes subáreas, cuya intersección no siempre es vacía. Son las siguientes:

- Topología general, a cargo de Manuel Sanchis y Michail Tkatchenko.
- Topología algebraica, a cargo de Aniceto Murillo.
- Topología de baja dimensión, a cargo de Joan Porti.
- Invariantes, laminaciones y foliaciones, a cargo de Fernando Alcalde y Marta Macho Stadler.
- Singularidades, a cargo de Juan José Nuño.

Al final de cada artículo aparecen las líneas de investigación descritas en el capítulo 2 que pueden incluirse en el área correspondiente. Es posible que algún tema de la topología y algún grupo de investigación no hayan sido mencionados; tanto los autores de estos artículos como los coordinadores de la edición de este estudio han intentado conseguir y dar una información lo más completa posible de acuerdo con los criterios previamente establecidos.

Topología general

Manuel Sanchis y Michail Tkatchenko

La topología general es una de las ramas más abstractas de las matemáticas en la que se estudia el concepto de continuidad, empezando con los espacios euclídeos, pasando a los espacios métricos y llegando después a espacios más generales que tienen su origen en análisis funcional, probabilidad, ecuaciones diferenciales, etc. Los objetos de estudio de la topología general son las propiedades de los espacios invariantes respecto a las transformaciones biyectivas continuas con inversa también continua, los denominados homeomorfismos. La sencilla pregunta de si la recta es homeomorfa al plano da origen a la teoría de dimensión, en la cual el primer paso importante fue la demostración de un teorema con un matiz filosófico: la dimensión topológica (cualquiera de las tres famosas) del espacio euclídeo (usual) coincide con su dimensión lineal. Así la topología general encontró la forma topológica (de hecho, por lo menos tres maneras distintas) de calcular el número maximal de vectores linealmente independientes sin recurrir a la estructura lineal del espacio euclídeo, sino usando sólo su estructura continua. Otra pregunta sencilla, la de si el cuadrado es homeomorfo a la esfera (en el espacio de dimensión tres) nos lleva a una rama tan vasta y profunda de las matemáticas como es la topología algebraica, donde el estudio de estructuras continuas se realiza con las herramientas provenientes del álgebra (grupos de homotopía, homología, etc., véase el artículo sobre esta disciplina en este mismo volumen).

Aparte del estudio de las propiedades invariantes respecto a homeomorfismos, las denominadas propiedades topológicas, también son de gran importancia las propiedades que se preservan bajo cualquier transformación continua. Este enfoque dio origen al programa de la clasificación mutua de espacios y aplicaciones continuas entre otros formulado por Pavel Aleksandrov, el fundador de la escuela rusa de la topología general, en los años 60 del siglo pasado. Son muy profundos y de gran generalidad muchos de los resultados obtenidos en el marco de este programa, siendo patente incluso hoy en día la influencia de los problemas e ideas formulados en este marco hace más de cuarenta años.

A partir de la segunda mitad de los años sesenta del siglo pasado, con la demostración por parte de Paul Cohen de la consistencia de la negación de la Hipótesis del Continuo, con los axiomas de la teoría de conjuntos (o, mejor dicho, con ZFC), y con la introducción del método de *forcing,* se aumenta la influencia de la teoría de conjuntos sobre la topología general de una forma sorprendente. Si bien es cierto que las dos ramas nunca se han divorciado, a partir de los años setenta esta unión se ha intensificado en una tendencia que dura por lo menos tres décadas. No sólo los topólogos, sino también un buen número de especialistas en análisis matemático y análisis funcional empiezan a estudiar lógica matemática y, en particular, *forcing* para atacar ciertos problemas para los que los métodos tradicionales no se habían mostrado eficaces. Recíprocamente, los especialistas en la teoría de conjuntos hacen incursiones en la topología general y, en particular, en la teoría de cardinales invariantes (una rama de la topología general muy en boga en los años 1960--1980). Los resultados de esta interrelación aparecen muy pronto. Una gran cantidad de problemas “añejos” se resuelven gracias a esta simbiosis. Nos consta que esta enriquecedora tendencia está poco representada en la investigación realizada en España, aunque durante los últimos años aparecen algunos signos que indican un cambio en esta tendencia.

Desde el nacimiento de la topología general al inicio del siglo veinte nunca se pierden los lazos estrechos de la rama con sus orígenes: el análisis matemático, la lógica matemática y el análisis funcional. No queda al margen de esta tendencia la rama más antigua de las matemáticas, el álgebra, con la cual la topología encuentra una interrelación sorprendentemente firme y profunda. Uno de los resultados más visibles de estos lazos es el nacimiento de la topología algebraica. Otro resultado de esta conexión es la aparición de lo que se denomina actualmente como álgebra topológica. Esta rama incluye el estudio de grupos topológicos, anillos y cuerpos topológicos y, en general, los sistemas algebraicos continuos. Entre las direcciones de investigación de mayor impacto se encuentra la dinámica topológica, donde se dan la mano ideas y conceptos algebraicos, geométricos y topológicos. Los orígenes del álgebra topológica se encuentran en la teoría de los grupos de transformaciones y de los grupos de Lie. En los años veinte del siglo pasado se introduce el concepto general de grupo topológico, campo en el que los matemáticos (influidos por el quinto problema de Hilbert) se limitan, en un principio, a considerar los grupos localmente compactos. Muy pronto el estudio se extiende a toda la clase de los grupos topológicos y después se incluyen otros sistemas algebraicos continuos, en los que se exige que las operaciones algebraicas sean continuas respecto a una topología predeterminada. Anticipando las conclusiones que siguen, es preciso destacar las numerosas e internacionalmente reconocidas contribuciones en el campo del álgebra topológica hechas por los investigadores españoles.

Así, la topología general suministra los conceptos, herramientas e ideas relacionadas con la continuidad a todas las ramas de las matemáticas, hasta algunas de las las más alejadas de la propia topología general. También es muy fructífera la interrelación de métodos e ideas entre la lógica matemática y la topología general, donde el concepto de compacidad juega el papel de puente entre ambas ramas, siendo en muchas ocasiones absolutamente imposible trazar la frontera entre ésta y la teoría de conjuntos. Cabe mencionar que métodos topológicos se aplican con mucha eficacia en el procesamiento y reconocimiento de imágenes, la compresión de información (especialmente en casos multidimensionales), el estudio de algoritmos, y en la programación teórica.

Realizaremos a continuación una breve incursión en algunas de las líneas de investigación más representativas (a nuestro modesto entender) en España, con la esperanza de no pecar por omisión. Numerosos ejemplos clásicos en topología (como la recta o el plano de Sorgenfrey, el plano de Niemytzki, la recta de Michael o el espacio de Pixley-Roy sobre los reales) son espacios dotados de una estructura topológica no simétrica, es decir, se enmarcan en el contexto de la topología asimétrica que nace al suprimir en la definición de uniformidad (espacios casiuniformes) o en la definición de espacio pseudométrico (espacios casipseudométricos) la condición de simetría. Distancias asimétricas fueron ya consideradas por Hausdorff en su clásico libro de teoría de conjuntos de 1914. La denominación casimétrica fue introducida por Wilson en 1931 y la de casiuniformidad por Császár en 1960. La investigación en topología asimétrica es actualmente abundante e importante en la comunidad internacional y en particular, en España, en parte motivada por sus aplicaciones a teoría de la ciencia de la computación, a biología y a economía, interrelacionando conceptos como, por ejemplo, la recta de Kalimsky, espacios de complejidad y funciones de utilidad. Las líneas de investigación abarcan desde el estudio de las extensiones naturales de los espacios casiuniformes (compleciones, bicompleciones, etc.) en el que han jugado un papel no desdeñable las herramientas de la teoría de categorías y en el que aparece de forma natural la relación de esta rama con la teoría de los espacios bitopológicos, hasta sus aplicaciones a los campos mencionados anteriormente, pasando por el estudio de los espacios casinormados o de las casiuniformidades naturales de los grupos paratopológicos. España cuenta con un potente grupo de investigación en este campo radicado en la Universitat Politècnica de Valencia y con miembros también en la Universidad de Almería, la Universitat de les Illes Balears y la Universitat Jaume I de Castelló.

La investigación en grupos paratopológicos enlaza con uno de los campos, el álgebra topológica, en el que, como hemos indicado anteriormente, la investigación en España es muy activa y relevante. A grandes rasgos, la investigación en álgebra topológica que realizan los topólogos españoles la podemos enmarcar en dos áreas: los grupos topológicos y las álgebras de funciones. La teoría de los grupos topológicos nace como un intento de enlazar dos ramas de las matemáticas: la teoría (algebraica) de grupos y la topología. La convergencia de éstas fue el resultado de la influencia de la teoría de los grupos de Lie y de varias clases de grupos de transformaciones. En la Universidad Complutense de Madrid, la Universitat Jaume I de Castelló y la Universidad de Navarra se encuentran los grupos más representativos de esta línea de investigación en España. Entre los temas que incluyen sus investigaciones podemos citar la teoría de la compactación de Bohr de los grupos maximalmente casiperiódicos en el sentido de von Neumann, la teoría de dualidad de Pontrjagin (resaltemos que un hecho fundamental en el desarrollo de esta teoría es que todo grupo topológico abeliano y localmente compacto es maximalmente casiperiódico), los grupos nucleares, la teoría de la dimensión y los grupos (localmente) pseudocompactos.

La investigación en álgebras de funciones ha tenido en nuestro país varias líneas conductoras. En 1968 Hager y Jonson probaron que si la realcompactación de Hewitt de X es un espacio de Lindelöf, entonces todas las álgebras en X son completas (es decir, isomorfas a un C(Y) para algún espacio Y, planteando la cuestión de si el recíproco es cierto). En la Universitat de València se han obtenido importantes avances a este problema (todavía abierto) y en el problema general de caracterizar las álgebras completas. También las subálgebras intermedias entre C(X) y C*(X) (el anillo de las funciones reales continuas y acotadas en X) han sido objeto de investigación. Los grupos de la Universidad de Extremadura, de la Universidad de León y de la Universidad de Valladolid han obtenido interesantes y profundos resultados en este campo.

Los problemas anteriores podemos enmarcarlos en un problema más general: el problema de encontrar condiciones algebraicas (o algebraico-topológicas) sobre un anillo, retículo, etc. para que sea isomorfo (como anillo, retículo, etc.) a un C(X), cuestión de gran relevancia por sus implicaciones en diversas áreas de la matemática como el análisis funcional o el álgebra. Recordemos, entre otros, el Teorema de Yosida sobre retículos vectoriales arquimedianos, el teorema de Kohls sobre anillos o el teorema de Henriksen-Johnson para espacios sobre *f*-álgebras unitarias y arquimedianas. Esta línea de investigación ha sido desarrollada en la Universidad de Extremadura donde se han obtenido fructíferos resultados. Un campo de investigación en el que también el grupo de la Universidad de Extremadura ha obtenido resultados de hondo calado es el que podíamos calificar de teoremas de Stone-Weierstrass. De forma genérica podríamos decir que el objetivo es encontrar caracterizaciones de la clausura uniforme (o para alguna otra topología) de subfamilias de C(X) o de C*(X).

Un campo de investigación de gran actividad en el contexto internacional es el de la topología difusa (topología *fuzzy*). La topología difusa puede considerarse como una rama de la teoría difusa de conjuntos que proporciona un marco de trabajo más general que el de la teoría clásica. Diversas estructuras matemáticas como, por ejemplo, las estructuras de orden o las estructuras métricas, pueden ser desarrolladas en la teoría. Esta rama de las matemáticas emerge de la teoría local propuesta por Ehresmann. Dos son los grupos principales que investigan en nuestro país en este campo, ambos con aportaciones relevantes: el grupo de la Universitat Politècnica de València y el grupo de la Universidad del País Vasco. El primero centra sus investigaciones en la teoría de los espacios métricos difusos (en el sentido de George y Veeramani) donde ha obtenido resultados en teoría del punto fijo, compleciones o grupos topológicos difusos. El segundo en la teoría de los I(L)-espacios topológicos introducida por Kubiak en 1984, donde han obtenido resultados en teoría de funciones continuas, axiomas de separación, etc.

Las propiedades topológicas definidas a partir de funciones continuas y las extensiones de espacios topológicos (compactaciones, realcompactaciones, etc.) también son objeto de investigación en España. Además del estudio de los grupos (localmente) pseudocompactos ya indicada anteriormente, podemos resaltar las investigaciones realizadas en la Universitat de València y en la Universitat Jaume I de Castelló sobre pseudocompacidad (en tres direcciones diferentes: generalizaciones del concepto de pseudocompacidad, estudio de la clase de Frolík, y su relación con el preorden de Rudin-Keisler en el semigrupo de la compactación de Stone-Čech de los naturales con la topología discreta), y de la compactación de Stone-Čech y de la realcompactación de Hewitt (Universitat de València).

Como hemos indicado al principio de este artículo, es difícil delimitar la frontera entre la topología general y otras disciplinas próximas. Por ejemplo, algunas cuestiones planteadas en campos limítrofes pueden ser abordadas y resueltas con técnicas y conceptos que surgen de la topología general. Resaltemos que en España este fenómeno ha sido (y es) relevante y motivado, a nuestro entender, por el hecho de que muchos investigadores en topología general se han formado en áreas colindantes como el análisis funcional o la geometría, e incluso el álgebra. La investigación en la estructura de los homomorfismos en álgebras de funciones, en la extensión de operadores o en conjuntos K-analíticos llevadas a cabo en la Universitat de València y las investigaciones en aplicaciones lineales separadoras realizadas en la Universitat Jaume I de Castelló y en la Universidad de Cantabria son un ejemplo de este fenómeno. Enlazando con esta cuestión indicaremos dos campos de investigación muy activos en España que se benefician de las técnicas topológicas; nos referimos a la teoría de los sistemas dinámicos (discretos) con importantes grupos de investigación en, por ejemplo, la Universitat

Autònoma de Barcelona, la Universitat Politècnica de Barcelona o la Universidad de Murcia, y la matemática económica con grupos representativos en la Universidad de Navarra, la Universidad de Zaragoza o la Universidad de Vigo entre otras.

Los investigadores españoles en el campo de la topología general y en las ramas colindantes mencionadas arriba desarrollan sus actividades en una estrecha colaboración con sus colegas en el extranjero. Se mantienen contactos con grupos de todos los continentes, pudiendo citar como más relevantes los grupos de topología general y los de grupos topológicos de: Universidad Autónoma Metropolitana de México, Instituto de Matemáticas y Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional Autónoma de México, Universidad de Sao Paulo, Ehime University of Matsuyama, University of Ottawa, Wesleyan University (Connecticut), California State University, Ohio University, Universidad de Trieste, Universidad de Padova, Universidad de Udine, Vrije Universiteit of Amsterdam, University of Cape Town, Riga University, Durban University y University of Wollongong.

Además de los trabajos conjuntos, organización de congresos y jornadas científicas a los que estos contactos han dado lugar, también han propiciado estancias de investigadores españoles en centros de investigación extranjeros y viceversa. Por ejemplo, en el periodo 2001-2004 cuatro profesores extranjeros (de los grupos de la Universidad Autónoma Metropolitana, del Instituto de Matemáticas de la Universidad Nacioanal Autónoma de México, de la University of Cape Town y de Ohio University) han realizado estancias correspondientes a su año sabático en España. Estancias inferiores a seis meses también han sido realizadas, entre otros, por profesores de la Universidad Autónoma Metropolitana de México, de la Universidad de Udine, de la University of Wollongong, del Instituto de Matemáticas de la UNAM, de University of Cape Town, de Ehime University y de la Universidad de Sao Paulo. Estas visitas demuestran la creciente influencia internacional y el nivel de la investigación española en topología general y sus aplicaciones.

Listado de investigadores principales de líneas de investigación de topología general incluidas en proyectos nacionales vigentes en 2003

- Chasco Ugarte, María Jesús

  Dualidad de grupos topológicos

  (Grupos nucleares. Subgrupos de espacios nucleares. Dimensión topológica. IP Chasco Ugarte, María Jesus)

  Universidad de Navarra

- Gregori Gregori, Valentín

  Topología borrosa (fuzzy)

  (Modelos de la topología no simétrica y del álgebra topológica en ciencia de la computación, matemática *fuzzy* y sistemas *fuzzy*. IP Romaguera, Salvador)

  Universitat Politècnica de València

- Martín Peinador, Elena

  Grupos localmente cuasiconvexos; grupos nucleares; extension de propiedades válidas en espacios vectoriales topológicos, a la clase de los grupos topológicos abelianos

  (Grupos nucleares. Subgrupos de espacios nucleares. Dimensión topológica. IP Chasco Ugarte, María Jesús)

  Universidad de Complutense de Madrid

- Romaguera Bonilla, Salvador

  Topología no simétrica y álgebra topológica. Aplicaciones a la teoría de ciencia de la computación

  (Modelos de la topología no simétrica y del álgebra topológica en ciencia de la computación, Matemática Fuzzy y Sistemas Fuzzy. IP Romaguera, Salvador)

  Universitat Politècnica de València

Topología algebraica

Anicero Murillo

El primer problema que surge al organizar y confeccionar lo que ahora leen es el tradicional tópico de acotar de forma certera el campo de acción de la materia bajo estudio, en este caso, la topología algebraica. La consabida definición “topología algebraica es el estudio de objetos algebraicos que constituyen invariantes de aspectos cualitativamente intrínsecos de espacios topológicos” serviría en cualquier foro menos éste si pretende ser un análisis conciso pero pormenorizado de las posibilidades de la topología. Sirva esto a la vez de introducción y de excusa para adelantarles que me situaré también en estas tierras de lindes difusas y que espero sean piadosos con cualquier error que procuraré no sea de omisión. A pesar de que las fronteras de esta materia no están trazadas con finas líneas, sí lo está el incuestionable trabajo, en cantidad y calidad, que en ella se desarrolla en España. Me propongo pues dar un corto paseo por la topología algebraica actual prestando especial atención a las líneas de investigación más representativas en nuestro país.

Comencemos por los cimientos algebraicos, incluso categóricos, de la topología algebraica donde caben el álgebra homológica con claros tintes topológicos, el álgebra homotópica y la teoría de categorías puestas al servicio de una visión general de la topología algebraica. No cabe duda de que el marco algebraico introducido por Quillen a finales de los 60 vuelve a ser hervidero de problemas fundamentales. De forma escueta, la idea es analizar cuáles son las herramientas imprescindibles para hacer homotopía y acabar en el contexto abstracto de categoría de modelos, una categoría dotada con tres clases de morfismos, fibraciones, cofibraciones y equivalencias débiles, que verifican los axiomas necesarios (no son ni muchos ni sofisticados) para que tenga sentido establecer en esta categoría desde la noción básica de homotopía hasta los más complicados objetos cuyo hábitat natural se reservaba en un principio a la categoría de espacios topológicos. Pues bien, hay importantes núcleos de investigadores en nuestro país, concretamente en las universidades de Barcelona, Granada, La Laguna y La Rioja, que trabajan en estos temas: Desde desproveer a las categorías de modelos de muchos de sus axiomas iniciales y seguir conservando propiedades homotópicas, hasta el estudio de categorías de modelos enriquecidas con ciertas estructuras adicionales (estructuras simpliciales, espacios exteriores). Motivos para que sea ésta una línea en vanguardia de la topología algebraica no le faltan. Como muestra sirva percatarse de que la teoría de homotopía estable, la mayoría de las teorías de cohomología conocidas asociadas a objetos topológicos, geométricos o incluso algebraicos, incluso la cohomología motívica asociada a un esquema, provienen de una estructura adecuada de categoría de modelos.

Una de estas categorías que nos sirve para enlazar con otra fuente de investigación, y no sólo en nuestro país, es la categoría de homotopía propia. Inicialmente esta teoría fue creada a finales de los 60 para contestar cuestiones tan naturales como ésta: ¿Dada una variedad abierta, podemos encontrar una variedad compacta cuyo borde sea homeomorfo a la variedad inicial? Pues bien, el primer obstáculo para su resolución es la incapacidad de la teoría de homotopía tradicional para preservar ciertas propiedades geométricas de espacios no compactos. Estas dificultades se aminoran si se consideran en la categoría de espacios topológicos los morfismos propios, esto es, aplicaciones continuas donde la imagen inversa de un compacto sigue siendo un compacto. Así, la teoría de homotopía propia puede entenderse como el estudio de invariantes de espacios no compactos bajo la equivalencia de homotopía propia. En la Universidades de La Rioja y Sevilla, podemos encontrar punteros y productivos grupos de investigación en este terreno que compiten en calidad, y colaboran en realidad, con otros grupos de primera fila de nuestro continente.

Además de contestar problemas parecidos al antes mencionado, la teoría de homotopía propia puede ser sumergida en otra con profundas implicaciones en sistemas dinámicos, estadística, computación… Nos referimos a la teoría de la forma: de nuevo, la homotopía ordinaria es un excelente tratado para el estudio de espacios que tienen buenas propiedades locales (variedades, complejos celulares, CW-complejos) pero no tanto para aquellos espacios que carecen de estas propiedades pero no son ni han de ser considerados por ello inhabituales. De hecho aparecen de forma natural en multitud de situaciones que a todos nos resultan familiares como conjuntos de puntos fijos de una acción, fibras de aplicaciones entre espacios "razonables", atractores de flujos de sistemas dinámicos, etc. Resulta entonces que estos espacios pueden ser aproximados por un "sistema inverso" de poliedros de manera que la "forma" del espacio en cuestión sea la "forma" del límite de ese sistema. Se desarrolla pues una teoría de homotopía de estos sistemas que da lugar a lo que hoy es la teoría de la forma que para espacios "buenos" coincide con la teoría de homotopía usual. Es particular e internacionalmente representativo el equipo de investigación en esta materia de la Universidad Complutense de Madrid.

¿Y qué ha sido de la topología algebraica con acento más clásico? Pues bien, el nuevo impulso que ha experimentado, tanto en nuestro país como fuera de nuestras fronteras, está en gran medida motivado por la revolución en los métodos utilizados así como un moderno y radicalmente distinto enfoque de sus cimientos. Citemos ejemplos muy ilustrativos.

Desde los trabajos de Bousfield y Kan, Quillen y Sullivan, a principios de los 70, ha sido fundamental en temas clave de la teoría de homotopía (como el descubrimiento de nuevas pautas en los grupos de homotopía de las esferas) el concepto de localización y completación de un espacio y que podemos, a modo de símil, observar como la estructura genética de un espacio. La idea original consiste en, dado un espacio, obtener para cada primo p y para los racionales, espacios que contengan toda la información del tipo de homotopía módulo p ó racional. Este es el "genoma" de nuestro espacio y puede ser utilizado no sólo para extraer consecuencias geométricas sobre su comportamiento p-primario sino también para que el propio espacio original pueda ser ensamblado a partir de estas piezas. Esta idea original ha sido generalizada a cualquier categoría donde una teoría de localización no es más que un funtor idempotente que satisface una cierta propiedad universal. A partir de este sencillo concepto se ha desarrollado una potente teoría, de la que se obtienen importantes resultados en muy diversos contextos homotópicos y homológicos (particularmente innovadora es la aplicación de estos resultados en teoría de homotopía estable). En esta teoría trabajan equipos de reconocido prestigio internacional formados por investigadores de las universidades de Almería, Autònoma de Barcelona y Barcelona. Es más, si lo que se trata es de estudiar la parte de la estructura genética del espacio que porta la información racional del tipo de homotopía del mismo, la denominada teoría de homotopía racional ha desarrollado toda una batería de técnicas algebraicas muy precisas que caracterizan a la parte racional de un espacio de modo puramente algebraico. Esta teoría constituye hoy día un sólido núcleo de investigación con importantes aplicaciones a la geometría diferencial, a la topología de cuerdas, al álgebra local. Por otra parte, las herramientas propias de la homotopía racional han sido también aplicadas con éxito al estudio de la parte de torsión de un espacio. Las universidades de Málaga y Santiago cuentan con investigadores activos en los fundamentos y aspectos más homotópicos de esta teoría.

Sin embargo, y como antes decíamos, son numerosos y no menos importantes los métodos propios desarrollados específicamente para estudiar desde un punto de vista homotópico objetos con estructuras más rígidas. Citemos dos ejemplos: Por un lado, la representabilidad de clases de homotopía de aplicaciones entre esferas mediante funciones polinómicas, o más generalmente, holomorfas entre variedades complejas. Por otro lado, hay elementos de ciertas variedades diferenciables (simplécticas, nilvariedades, solvariedades) que sorprendentemente sólo dependen del tipo de homotopía, a menudo racional, de la variedad en cuestión. Importantes resultados de esta índole son obtenidos por investigadores de las Universidades de Málaga, País Vasco, Politècnica de Catalunya, Santiago de Compostela, Zaragoza y Autónoma de Madrid.

Otro ejemplo que da muestras inequívocas de la rápida evolución de la teoría de homotopía en nuestro país despega de una teoría tan clásica como la de grupos de Lie. También clásico fue el estudio desde un punto de vista homotópico de los grupos de Lie vía el concepto de H-espacio o H-grupo, a saber, un espacio que admite una operación interna cuyas propiedades (asociatividad y/o existencia de elemento neutro y/o existencia de inverso) son dadas salvo homotopía. Sin embargo, a finales de los años ochenta, métodos sustancialmente distintos se usaron para el estudio de aquellos espacios de lazos, ejemplos tipo de H-espacios, que a la vez poseen propiedades de finitud cuando se analiza su "genoma" respecto de un determinado número primo p, y que dio lugar a los llamados grupos p-compactos. El desarrollo de esta teoría donde caben conceptos homotópicos reservados hasta entonces a los grupos de Lie (toros maximales, grupo de Weyl, centralizadores,…) ha necesitado de potentes herramientas cohomológicas a la par que ha desarrollado un análisis minucioso del espacio clasificador de un grupo finito. Tanto es así que, independientemente del origen homotópico de esta teoría pero con claras implicaciones en el mismo, se ha desembocado en un nuevo marco para el estudio de los grupos finitos con claro sabor topológico. Estas interesantes líneas de investigación son llevadas a cabo, en colaboración con otros investigadores internacionales de primera fila, por equipos de las universidades Autónoma de Barcelona y Málaga.

Y si nos interesamos por elementos clásicos de la topología algebraica que han conocido un fuerte impulso por la obtención de importantes y novedosos resultados a la vez que por la renovación total de los métodos que les eran habituales, hemos de hablar de invariantes numéricos del tipo de homotopía de espacios, más concretamente los relacionados con la categoría de Lusternik-Schnirelmann de un espacio. Definida simplemente como el menor número de abiertos contráctiles en el espacio necesarios para recubrir al mismo, los métodos utilizados para su cálculo así como sus implicaciones en numerosas y muy diversas ramas de la matemática, le ha servido para ser de nuevo fuente de investigación. Investigadores de las universidades de La Laguna, Málaga, Santiago y Zaragoza trabajan en este invariante con decorados de fondo tan distintos como la topología de foliaciones, el álgebra homotópica o la complejidad algorítmica.

Y por último, si citamos la complejidad computacional, problema inherente a la topología algebraica desde su nacimiento, hemos de mencionar los nuevos y sofisticados algoritmos, fundamentalmente provenientes del álgebra homológica diferencial, empleados por investigadores de las universidades de La Rioja y Sevilla para atacar y resolver problemas de complejidad algorítmica en topología algebraica computacional.

Como he tratado de poner de relieve, los resultados obtenidos y los teoremas que sin duda se demostrarán en topología algebraica en nuestro país son numerosos en cantidad, de amplio espectro matemático en general, y profundos y de peso en lo que a calidad se refiere. No obstante, existen a mi juicio campos de la topología algebraica que, aún siendo punteros, sólo son explorados de forma tangencial, en nuestros centros de investigación. Debiera comenzar por la sorprendente y magistral introducción de la teoría de homotopía, y más concretamente de la teoría de homotopía estable, en el mundo de la geometría algebraica llevado a cabo por Voevodsky y que desemboca en una teoría algebraica de homotopía de esquemas para, entre otras cosas, entender el carácter universal de la cohomología motívica. La teoría de homotopía estable, y muy particularmente su axiomática, es también fundamental para entender la versión homotópica en la que pueden traducirse importantes problemas relativos al grupo de clases de homotopía de automorfismos de una superficie orientada de género suficientemente grande. Es el llamado “mapping class group” estable. El entorno topológico en el que se han enmarcado problemas sobre este grupo que clásicamente eran estudiados con métodos más rígidos ha dado lugar a la resolución de antiguas conjeturas y constituye de hecho una interesante vía de investigación quizás no representada suficientemente en nuestro país en su vertiente topológica. Citar por último, sin pretender ser exhaustivo, los interesantes métodos y resultados aportados por el estudio de distintas teorías de cohomología generalizadas. Entre ellas quiero destacar a las llamadas teorías de cohomologías complejas orientadas, entre las que se encuentran las de cohomología elíptica, por situarse en un punto donde confluyen de la manera más sorprendente áreas tan diversas y tan en boga como la propia teoría de homotopía, teoría de cuerdas, curvas elípticas, formas modulares… Me consta no obstante que el plantel de investigadores en topología algebraica de nuestro país es consciente de la importancia de estas líneas de investigación a la vista de los seminarios que se imparten en nuestros centros.

Quisiera terminar situando muy brevemente el lugar de la topología algebraica en el momento actual, en relación con otras ramas de la matemática. Para ello es imprescindible recordar los añorados años sesenta, época dorada de la teoría de homotopía “per se”, cuando los avances en ésta y otras ramas de la topología algebraica eran espectaculares, en profusión y profundidad. También debiéramos no olvidar cómo a finales de los 70, este fulminante desarrollo entra en recesión, tanto por la desaceleración creciente en el progreso en líneas centrales hasta entonces de la topología algebraica, como por la idea que comienza a cundir entre los círculos mas potentes de investigadores, en ésta y en materias afines, que ven con pesimismo cómo las nuevas ideas no parecen ser lo suficientemente innovadoras, como para dar luz a teoremas de calado que constituyan una nueva punta de lanza. Así las cosas, y desde entonces, si hay un motor que ha sido capaz de la recuperación de la topología algebraica y del prometedor futuro que se le augura, ése podría ser precisamente la investigación en aquellas lindes difusas de las que hablábamos. La búsqueda de interrelaciones de la topología algebraica con otras materias ha dado, ofrecen, y éste que ahora escribe confía en que seguirán produciendo sorprendentes resultados en campos hasta ahora vedados a la topología y que redundan además en el enriquecimiento de la topología algebraica misma. Desde el uso incuestionable de la topología en la demostración del teorema del Índice de Atiyah-Singer, tan en boga estos días por el premio Abel otorgado a sus mentores, hasta la más actual de las ideas de Voevodsky que engarza la teoría de homotopía y la geometría algebraica moderna; desde las más clásicas aplicaciones de la topología a la cirugía de variedades hasta las más actuales en la topología de cuerdas, en teoría de categorías, en el estudio de los invariantes de 4-variedades, en la física teórica…Todos ellos son ejemplos de cómo la topología algebraica no sólo puede abonar terrenos hasta ahora inexplorados, sino que además, este mutuo trasvase de ideas sirve para encontrar nuevas líneas que ofrecen resultados en problemas clásicos. Sin embargo, creo necesario recalcar que la importancia de la topología algebraica no puede ni debe ser medida en función de su versatilidad para resolver cuestiones que nacen de foros geométricos, analíticos, algebraicos…Lo que ha hecho posible esta interrelación, esta aplicabilidad, es precisamente la masa crítica, la impecable teoría, la red tejida desde el Análisis Situs de Poincaré hasta nuestros días y que aún hoy se sigue apuntalando de manera firme con incuestionables resultados.

Listado de investigadores principales de líneas de investigación de topología algebraica incluidas en proyectos nacionales vigentes en 2003

- Aguadé Bover, Jaume

  Métodos cohomológicos en teoría de homotopía

  (Estructura de espacios clasificadores de grupos y acciones de grupos. IP Broto Blanco, Carlos)

  Universitat Autònoma de Barcelona

- Alonso Moron, Manuel

  Teoría de la forma

  (Teoría de la forma y dinámica topológica. IP Romero Ruíz del Portal, Francisco)

  Universidad Complutense de Madrid

- Rodríguez Sanjurjo, José Manuel

  Dinámica topológica

  (Teoría de la forma y dinámica topológica. IP Romero Ruíz del Portal, Francisco)

  Universidad Complutense de Madrid

- Broto Blanco, Carlos

  Estructura local de grupos y espacios clasificadores

  (Estructura de espacios clasificadores de grupos y acciones de grupos. IP Broto Blanco, Carlos)

  Universitat Autònoma de Barcelona

- Casacuberta Vergés, Carles

  Localización en teoría de homotopía

  (Construcciones universales en homotopía estable e inestable. IP Casacuberta Verges, Carles)

  Universitat de Barcelona

- Fernández Lasheras, Fancisco

3-realización propia de grupos finitamente presentados
(Desarrollo de la topología algebraico-geométrica de los espacios no compactos. IP Quintero Toscano, Antonio)
Universidad de Sevilla

- Hernández Paricio, Luís Javier

Categorías de modelos para espacios exteriores y espacios de torsión
(Categorías homotópicas. IP Hernández Paricio, Luis Javier)
Universidad de La Rioja

- Hernández Paricio, Luís Javier

Teoría de topos y teoría de la forma
(Categorías homotópicas. IP Hernández Paricio, Luis Javier)
Universidad de La Rioja

- Gómez Tato, Antonio

LS Categoría de los grupos de Lie
(Nuevas técnicas para el cálculo de la categoría de Lusternik-Schnirelmann. IP Macías Virgos, Enrique)
Universidad de Santiago de Compostela

- Martínez Cegarra, Antonio

Álgebra homológica y homotópica
(Contribuciones a la clasificación algebraica de clases de homotopía. IP Martínez Cegarra, Antonio)
Universidad de Granada

- Murillo Mas, Aniceto

Modelos algebraicos de tipos de homotopía
(Propiedades globales de espacios toplógicos, homotópicos y diferenciables. IP Gómez Ruiz, Francisco)
Universidad de Málaga

- Quintero Toscano, Antonio

Homotopía propia
(Desarrollo de la topología algebraico-geométrica de los espacios no compactos. IP Quintero Toscano, Antonio)
Universidad de Sevilla

Topología de baja dimensión

Joan Porti

A finales de la década de 1970 y principios de la de los 80, se producen importantes avances en la topología de baja dimensión, sobre todo en dimensiones 3 y 4, que suponen al menos dos importantes cambios. La primera transformación es un distanciamiento de ambas dimensiones: durante los años 60 y 70, muchos topólogos trabajaban tanto en dimensión tres como en cuatro, pero a partir de los años 80 los métodos divergen considerablemente y pocos topólogos trabajan simultáneamente en ambas, sólo los que se ocupan de ciertos campos como la homología de Floer. El segundo cambio relevante es un gran incremento de la influencia de la geometría y la física en la topología de bajas dimensiones, tanto en las motivaciones para definir nuevos objetos e invariantes como en los métodos y técnicas.

Como ilustración de los significativos avances de la época dorada de los 70-80, cito cinco medallas Fields, por orden cronológico: W. Thurston (Varsovia 1982), S. Donaldson y M. Freedman (Berkeley 1986), y V. Jones y E. Witten (Kyoto 1990). Estas cinco medallas van a servir para organizar esta exposición.

A pesar de intentar dar un panorama de la topología de bajas dimensiones, mi visión está sesgada desde el punto de vista de las variedades tridimensionales y mi desconocimiento de muchos de los otros aspectos.

- W. Thurston y la geometrización de las variedades tridimensionales

Los trabajos de W. Thurston a finales de los años 1970 revolucionaron la investigación en la topología de variedades de dimensión tres. Hasta entonces, los métodos utilizados eran principalmente combinatorios y Thurston vio la importancia de incorporar las ideas y técnicas de geometría, especialmente de la geometría hiperbólica. Ello revitalizó campos como el de los grupos kleinianos, hasta el momento relacionado sólo con el análisis complejo, y el de las variedades de representaciones. Su ambicioso programa de geometrización ofrecía por primera vez un panorama global de las variedades tridimensionales. Si su conjetura es cierta, para entender las variedades tridimensionales bastará entender las que tienen una métrica homogénea. Thurston probó su conjetura en el caso de las variedades llamadas “suficientemente grandes” e introdujo numerosos ejemplos y técnicas nuevas. En particular sus ideas fueron claves para la conjetura de Schmidt.

En el ámbito internacional la investigación en variedades tridimensionales ha sido animada en gran parte por el programa de Thurston, con los numerosos estudiantes que ha tenido en Estados Unidos, pero también por otras contribuciones muy significativas. En particular destacamos el invariante introducido por A. Casson en 1985, mediante las variedades de representaciones. M. Culler y P.B. Shalen aplicaron en el año 1983 las variedades de representaciones para encontrar superficies esenciales dentro de variedades con ideas algebraicas. Estos trabajos han dado lugar a numerosos y significativos avances.

Es conveniente mencionar aparte el trabajo sobre el flujo de Hamilton-Ricci. En 1982 R. Hamilton, en U. C. San Diego, desarrolló un programa para demostrar la conjetura de Thurston a partir del llamado flujo de Ricci, que es un flujo sobre el espacio de métricas de la variedad. Hamilton obtuvo resultados importantes, pero su programa estaba bloqueado por dificultades técnicas, que fueron resueltas en noviembre de 2002 por G. Perelman, de San Petersburgo. A partir de aquí Perelman anunció pocos meses después la demostración completa de dicho programa (es decir la conjetura de geometrización), pero en el momento de redactar este artículo (julio de 2004), todavía no se ha verificado su demostración, en la que muchas afirmaciones no están “suficientemente demostradas”. A pesar de las implicaciones topológicas (cómo la conjetura de Poincaré), el trabajo de Perelman es esencialmente de geometría riemanniana.

En España la topología tridimensional está representada por investigadores en las universidades Autònoma de Barcelona, Complutense de Madrid y Zaragoza. Entre los trabajos mencionamos las cubiertas ramificadas y nudos universales, es decir nudos a partir de los cuales se construye cualquier variedad tridimensional compacta como cubierta ramificada de orden finito del nudo fijado. En la línea de la geometrización, tienen numerosos trabajos sobre variedades de representaciones, deformaciones de estructuras, aritmeticidad de variedades y orbifolds.

Otra contribución importantísima de Thurston la tenemos en el tema de las foliaciones y los flujos en variedades. En particular los flujos en variedades tridimensionales han sido estudiados por diversos grupos (Francia, Estados Unidos, Rusia, etc.). En España un grupo de las universidades de València y Jaume I de Castelló estudia los flujos de Morse Smale no singulares en variedades tridimensionales.

- V. Jones y el grupo de trenzas

Las trenzas pueden estudiarse desde diversos puntos de vista, aunque sus principales aplicaciones están en la teoría de nudos. V. Jones investigaba en álgebras de von Neumann, cuando descubrió una similitud sorprendente entre el grupo de trenzas y una cierta álgebra de Hecke. Esta similitud fue clave para definir un nuevo invariante polinómico para nudos y enlaces en la esfera tridimensional, el polinomio de Jones. A partir de éste, se produjo una explosión de nuevos invariantes, muchos de ellos de origen cuántico.

A su vez, la investigación sobre el grupo de trenzas se ha dinamizado, y en particular se ha demostrado su linealidad, conjeturada probablemente desde 1935 cuando Bureau estudió su representación. También se ha desarrollado una aproximación algorítmica.

En España, la investigación en el grupo de trenzas y su relación con otros invariantes está representada por matemáticos de Sevilla.

Las trenzas pueden interpretarse como clases de isotopía de homeomorfismos del disco punteado en si mismo, es decir como elementos del mapping class group (MCG) del disco punteado. El MCG se estudia no sólo para el disco, sino para superficies en general, y en este campo también debemos mencionar la contribución de Thurston. A él se deben la clasificación de los automorfismos en tres tipos según su dinámica y la compactificación del espacio de deformaciones (espacio de Teichmüller). Un antiguo estudiante suyo, S. Kerckhoff de Stanford, demostró la conjetura de Nielsen: Todo grupo finito de automorfismos puede realizarse como un subgrupo de isometrías de la superficie para alguna métrica homogénea. La acción de algunos elementos del MCG en el espacio de Teichmüller está muy relacionada con los grupos kleinianos y la hiperbolización en dimensión tres. El cociente del espacio de Teichmüller por el MCG es el llamado espacio de moduli, muy relacionado con la geometría algebraica.

El estudio del MCG está representado en España por un grupo de la Universidad Autónoma de Madrid (espacios de moduli de superficies de Riemann) y por otro de la UNED (simetrías de superficies de Riemann).

- E. Witten y los nuevos invariantes

La capacidad de E. Witten para interpretar ideas físicas en matemáticas es excepcional, sobre todo en geometría y topología. Entre las numerosas aportaciones de Witten, de momento nos ocupamos de los invariantes que introdujo para variedades tridimensionales. En particular Witten interpretó el polinomio de Jones desde un punto de vista de teoría cuántica de campos. La investigación en los nuevos invariantes ha sido muy numerosa en el ámbito mundial, incluyendo los invariantes cuánticos y los invariantes de tipo finito o de Vasiliev.

En España el grupo más importante en estos invariantes es el grupo de física teórica de Santiago de Compostela. En sus contribuciones este grupo aporta nuevos y enriquecedores puntos de vista a estos invariantes, mediante la teoría de Chern Simons.

- M. Freedman y las variedades de dimensión 4 topológicas.

En 1981 Michael Freedman demostró la conjetura de Poincaré en dimensión cuatro, generalizando la demostración en dimensiones superiores, pero con una mayor complejidad técnica (las asas habituales en dimensión superior se sustituyeron por las llamadas asas de Casson). Además de la esfera, Freedman clasificó topológicamente las variedades cerradas de dimensión cuatro simplemente conexas, a partir de la forma de intersección en la homología de dimensión dos. Cabe decir que la conjetura de Poincaré diferenciable en dimensión cuatro todavía está abierta. Las técnicas utilizadas por Freedman han tenido poca continuidad y en los últimos años muy poca gente ha trabajado en ello. En particular no me consta ningún grupo activo en España.

- S. Donaldson y las variedades de dimensión 4 diferenciables.

Inmediatamente después del trabajo de Freedman, en 1982 S. Donaldson introdujo la teoría de "Gauge" en dimensión cuatro, con lo que dio una obstrucción para variedades de dimensión cuatro a ser diferenciables y demostró que las categorías topológica y diferenciable son completamente distintas en dimensión cuatro. El programa de Donaldson de analizar las ecuaciones auto-duales de Yang-Mills fue central en la teoría de variedades lisas de dimensión 4, hasta que en 1994 fue sustituido por el análisis de las ecuaciones de Seiberg-Witten (el mismo E. Witten de antes), que simplifica y expande los resultados y la aproximación originales de Donaldson. Esta línea de investigación se expandió con numerosas conexiones con la geometría algebraica, especialmente las superficies complejas (de dimensión real cuatro), y la topología simpléctica. Dichas conexiones han sido muy fructíferas en los últimos años, generando mucha actividad y resultados de calidad. Ello incluye los invariantes de Gromov-Witten, las variedades de Stein, las diversas homologías de Floer, la topología de contacto, etc. Podríamos decir que la época dorada en este campo que se inició en los ochenta no ha finalizado, cómo lo muestran resultados recientes de Donaldson, Gompf y Gromov, entre otros.

Quiero mencionar, desde mi punto de vista sesgado desde la dimensión tres, que con estas técnicas recientemente Kronheimer y Mrowka han resuelto la llamada Propiedad P: Se trata de una propiedad sobre la cirugía en nudos de la esfera tridimensional, que no se había conseguido demostrar con métodos puramente de la dimensión tres y ha sido necesaria la homología de Floer, que es uno de los "puentes" entre la dimensión tres y cuatro.

Este campo está representado en España por el grupo de investigadores que forma parte de la Red Temática de Geometría y Física, y que incluye, entre otros, investigadores en Madrid (CSIC, UAM, Complutense y Carlos III) y Barcelona (UB y UPC). Trabajan en teoría de Donaldson y en topología simpléctica.

Listado de investigadores principales de líneas de investigación de topología de baja dimensión incluidas en proyectos nacionales vigentes en 2003

- Amorós Torrent, Jaume

  Propiedades homotópicas de variedades simplécticas
  (Geometría y topología de variedades algebraicas. IP Barja Yánez, Miguel Ángel)
  Universitat Politécnica de Catalunya

- Bujalance García, Emilio

  Propiedades topológicas y conformes de superficies de Riemann (Superficies de Riemann y simetrías. IP Bujalance García, Emilio)
  UNED

- Dicks McLay, Warren

  Acciones de grupos en CW-complejos de dimensión baja
  (Acciones de grupos en CW-comlejos de dimensión baja. IP Dicks McLay, Warren)
  Universitat Autònoma de Barcelona

- González Diez, Gabino

Superficies de Belyi. Dessins d'Enfant
(Superficies de Riemann compactas. IP González Díez, Gabino)
Universidad Autónoma de Madrid

- González Diez, Gabino

Espacio de moduli. Mapping class group
(Superficies de Riemann compactas. IP González Díez, Gabino)
Universidad Autónoma de Madrid

- Ibort Latre, Alberto

Geometría simpléctica: Topología en baja dimensión y geometría algebraica
(Geometría simpléctica: Topología en baja dimensión y geometría algebraica. IP Ibort, Alberto)
Universidad Carlos III de Madrid

- Lozano Imízcoz, María Teresa

Curvas de caracteres de nudos y 3-variedades
(Invariantes aritméticos y geométricos de singularidades y sus aplicaciones. IP Artal Bartolo, Enrique)
Universidad de Zaragoza

- Montesinos Amilibia, José María

Estructuras geométricas de 3-variedades
(Estructuras geométricas de 3-variedades. IP Montesinos Amilibia, José María)
Universidad Complutense de Madrid

- Porti Piqué, Joan

Estructuras geométricas en variedades tridimensionales
(Geometría diferencial: foliaciones lagrangianas, métricas singulares e integrales de curvatura en espacios hiperbólicos. IP Porti Piqué, Joan)
Universitat Autònoma de Barcelona

Invariantes, laminaciones y foliaciones

Fernando Alcalde Cuesta y Marta Macho Stadler

De manera intuitiva, una variedad foliada es una variedad descompuesta en subvariedades débilmente embebidas, llamadas *hojas* al estar dispuestas localmente como las hojas de un libro, aunque su topología y comportamiento global pueden ser muy complicados. En el caso de foliaciones *regulares,* se requiere además que éstas tengan la misma dimensión y estén dispuestas de manera *compatible*.

Desde una perspectiva actual, el término *foliado* no se limita a tales variedades, sino que hace referencia a otros sistemas como grupos y pseudogrupos de transformaciones, relaciones de equivalencia, grupoides, laminaciones o espacios foliados más generales. Al tiempo, los métodos clásicos de la teoría de foliaciones se han diversificado a partir de la aplicación de técnicas provenientes de áreas muy diversas de la geometría, la topología, el álgebra, el análisis o la teoría de probabilidades. Lo que podría interpretarse como una creciente abstracción, supone de hecho una vuelta a los orígenes que liga de manera esencial foliaciones y sistemas dinámicos desde múltiples puntos de vista, relacionados con la dinámica topológica, la teoría ergódica o la geometría no conmutativa. De hecho, esta visión de las foliaciones y los sistemas dinámicos como un todo es bastante natural, ya que, si la teoría cualitativa clásica de los sistemas dinámicos diferenciables puede describirse como una teoría geométrica de ecuaciones diferenciales ordinarias, la teoría de foliaciones puede interpretarse como una teoría geométrica de ecuaciones en derivadas parciales. La simple sustitución de los enteros o de cualquier otro grupo discreto de transformaciones por un pseudogrupo enlaza la dinámica discreta con la teoría de foliaciones.

Durante la segunda guerra mundial, C. Ehresmann propone a su alumno G. Reeb el estudio de las propiedades globales de los campos de elementos de contacto completamente integrables de dimensión arbitraria. Precisamente la nota [C. Ehresmann et G. Reeb, *Sur les champs d'éléments de contact complètement intégrables dans une variété continûement différentiable*, C. R. Acad. Sci. Paris 218 (1944) 955-957] da nacimiento a lo que el propio Reeb llamaría más adelante la *teoría de variedades foliadas*. El resultado clave de este trabajo es el actual *teorema de estabilidad global de Reeb en codimensión 1*, que los autores demuestran haciendo intervenir resultados de I. Bendixon sobre curvas definidas por ecuaciones diferenciales. Además, describen el celebérrimo ejemplo de un campo completo de planos completamente integrable sobre la esfera - *la foliación de Reeb* - respondiendo de manera afirmativa a una cuestión planteada por H. Hopf.

A partir de ese momento, ambos autores publican varias notas sobre variedades integrales y 1-formas completamente integrables. En [*Variétés feuilletées, feuilles voisines*, C.R. Acad. Sci. Paris **224** (1947) 1613-1614], Reeb utiliza por primera vez el nombre de *hoja* en vez de variedad integral completa e introduce la noción *de estructura de variedad foliada de dimensión p y de codimensión q=n-p* sobre una variedad de dimensión *n*, anunciando además su famoso teorema de *estabilidad en codimensión arbitraria.*

Alrededor de 1950, Ehresmann precisa la noción de *holonomía* - concretamente, introduce el *grupo de holonomía* de una hoja – una idea esencial en teoría de foliaciones que en realidad aparecía ya de manera manifiesta en los trabajos de Reeb. Con la aparición de este concepto quedan establecidos los fundamentos de la teoría de foliaciones.

En 1954, A. Haefliger se traslada a Estrasburgo para trabajar bajo la dirección de Ehresmann. El encuentro de Haefliger y Reeb en la antesala del despacho de Ehresmann dará lugar a que ambos refundan los trabajos que iban a mostrarle en un hermoso artículo [*Variétés (non séparées) à une dimension et structures feuilletées du plan*, Enseign. Math., **3** (1957), 107-126], precursor de la teoría geométrica de foliaciones. En esos años, H. Seifert (Heidelberg), J.W. Milnor (Princeton), B.L. Reinhart (Princeton) y R.S. Palais (Harvard) trabajan también en teoría de foliaciones. En 1959, Reinhart introduce la noción de *foliación riemanniana*.

En [*Foliations and pseudogroups*, Amer. J. Math. **87** (1965) 79-102], R. Sacksteder (John Hopkins University) formula el concepto global de *pseudogrupo de holonomía*.

Hacia 1962, D.V. Anosov describe las foliaciones estables e inestables asociadas al flujo geodésico sobre variedades de curvatura negativa. Poco después, tras interesarse en el estudio de las foliaciones e introducir la noción de *ciclo evanescente*, S.P. Novikov (Moscú) publica su famoso trabajo [*The Topology of Foliations*, Trans. Moscow Mat. Soc. **14** (1965) 268-304] sobre el teorema de la hoja compacta. En este momento, el estudio de las foliaciones es ya un tema destacado en el mundo de la investigación científica y muchos jóvenes matemáticos de Francia, EE.UU., U.R.S.S. y Japón se dedican a esta tarea.

En la década 1961-1970, se inicia el estudio de las foliaciones en España. La labor es obra personal de E. Vidal Abascal (Santiago de Compostela), quien se interesa en el tema a partir de sus trabajos previos sobre geometría integral de superficies. En el primer Coloquio Internacional de Geometría Diferencial de Santiago de Compostela, celebrado en 1963, Vidal Abascal establece los primeros contactos con destacados geómetras y topólogos de otros países. Los posteriores coloquios de 1968 y 1972 afianzan y amplían estas relaciones. La presencia de Reeb en el de 1968 muestra la importancia creciente de las foliaciones en estos coloquios. El de 1972 contará con la participación de algunos de los mejores especialistas en el tema: C. Godbillon, H. Goldschmidt, G. Hector, A. Kumpera, R. Lutz, J. Martinet, G. Reeb, B. L. Reinhart, R. Roussarie, R. Sacksteder y R. Thom. Durante este período, el estudio de las foliaciones se limita a Vidal Abascal y sus alumnos cuyas tesis doctorales son las primeras disertaciones en matemáticas defendidas en la Universidad de Santiago de Compostela. El porcentaje de artículos sobre foliaciones publicados por españoles supone un 7% del total en esa materia, pero en comparación con la producción externa, su trascendencia científica resulta más bien modesta, algo que no sorprende si se tiene en cuenta el impacto de algunos trabajos foráneos.

En la siguiente década, hay un aumento espectacular del número de investigadores y de trabajos dedicados a las foliaciones, lo que refleja fielmente el interés del área. Los temas concretos se hacen mucho más variados: foliaciones de codimensión 1 (P. Dippolito, C. Godbillon, S. Goodman, G. Hector, T. Inaba, R. Moussu, H. Rosenberg, R. Roussarie), foliaciones sobre esferas (A.H. Durfee, H.B. Lawson, P.A. Schweitzer, I. Tamura, W. Thurston, A. Verjovsky), invariantes (P. Molino, R. Bott, A. Haefliger, J. Heitsch, F. Kamber, Ph. Tondeur), estabilidad (W. Thurston, J.F. Plante), dinámica transversa (J.F. Plante, W. Thurston, J.N. Mather, D. Tischler, M. Hirsch, D. Sullivan), etc. Empiezan a aparecer trabajos sobre singularidades de foliaciones (R. Bott, R. Thom, C. Camacho, J. Palis).

En el estado español, el interés por las foliaciones sigue limitándose a la escuela de Vidal Abascal, aunque el traslado de sus primeros alumnos a otras universidades favorece la difusión geográfica del tema. En algún caso (Bilbao), esto supondrá la incorporación de nuevas generaciones de investigadores al estudio de las foliaciones; en otros (Granada, Valencia), hará que éstas estén presentes en muchos trabajos desarrollados en otras áreas. Hacia finales de los años 70 se incorporan a este tema investigadores de Barcelona, que establecen contacto con Haefliger.

La producción científica española cae a algo menos de 3%, lo que no es extraño dado el aumento cuantitativo y cualitativo de la producción mundial, aunque se observa una mejora en la calidad de los trabajos y de las revistas donde éstos se publican.

En la década de 1981 a 1990, aparecen los primeros artículos sobre teoría del índice en foliaciones (A. Connes, G. Skandalis, P. Baum, J. Renault) y se continúa investigando fundamentalmente sobre teoría geométrica (D. Gabai, E. Ghys, G. Levitt, G. Hector, V. Sergiescu, S. Matsumoto), propiedades asintóticas de las hojas (J. Cantwell, L. Conlon, A. Phillips, D. Sullivan), foliaciones riemannianas (R.A. Blumenthal, G. Cairns, Y. Carrière, E. Ghys, V. Sergiescu), invariantes (G. Duminy, J. Heitsch, S. Hurder, A. Lichnerowicz, T. Tsuboi) y foliaciones singulares (C. Bonatti, C. Camacho, D. Cerveau, A. Lins Neto, J.F. Mattei, J. Palis, J. Pradines, R. Moussu).

En España, el estudio de las foliaciones se amplía gracias a la primera generación de doctores surgidos de la escuela de Vidal Abascal y a otros grupos con amplios contactos en el extranjero. A los equipos establecidos en Santiago de Compostela, Valencia, Madrid y País Vasco, este último con estrechos contactos con Santiago de Compostela y la escuela de G. Hector, hay que añadirles otros dos núcleos importantes: Barcelona y Valladolid. En esta época, parte de los investigadores de Barcelona colaboran con P. Molino (Montpellier), G. Hector (Lille) y sus alumnos A. ElKacimi y E. Ghys en varias líneas relacionadas con las foliaciones riemannianas y la dinámica compleja. Por su parte, en Valladolid, se conforma un buen equipo dedicado al estudio de las singularidades y que mantiene estrechas relaciones con R. Moussu (Dijon) y la escuela brasileña de foliaciones. En este período, surge una nueva generación de investigadores formada en el extranjero o con formación postdoctoral externa.

El porcentaje de artículos publicados en el estado se acerca al 6%, doblando al de la década anterior, pero no sólo eso, sino que la calidad de los trabajos y de las revistas donde se publican aumenta notablemente.

En la década de 1991 a 2000, destaca el mayor ímpetu del estudio de las singularidades en foliaciones, concebidas desde diferentes puntos de vista, al tiempo que se mantienen las líneas iniciadas en la década anterior. También cobran importancia las relaciones con la física y otras áreas de la geometría y la topología como la geometría simpléctica o la teoría de Morse.

En España, el estudio de foliaciones sigue extendiéndose a partir de los grupos iniciales o gracias a la incorporación de investigadores de la segunda generación formados en el extranjero. Nuevas universidades, como las de Málaga o Santander, se añaden a la lista anterior. Comienza a haber investigadores que optan por permanecer en el extranjero, sobre todo en Francia y EE.UU, para desarrollar su trabajo. A finales de la década, empieza a cobrar importancia el trabajo de una tercera generación formada dentro y fuera de España. El porcentaje de artículos publicados se aproxima al 10% y el nivel de calidad de los trabajos sigue aumentando.

Desde 2001 a nuestros días, la producción española supone algo más del 15% de la producción mundial en el tema. Las relaciones con grupos extranjeros están ampliamente consolidadas, lo que contribuye al incremento del número de trabajos publicados y de su relevancia científica. Frente a la generación anterior, cuya formación doctoral se había desarrollado o bien dentro, o bien fuera de España, cada vez se hace más habitual que la labores de formación de los futuros doctores sean compartidas por investigadores de universidades españolas y extranjeras. Algunos de esos jóvenes doctores con diplomas españoles o extranjeros ocupan hoy puestos en universidades extranjeras con más medios y mejores expectativas de promoción.

No es fácil describir los problemas más importantes que siguen abiertos en teoría de foliaciones, ni siquiera resumir las grandes líneas de investigación, en un texto de estas características. No obstante, un repaso a los artículos recopilatorios más importantes y a las sesiones de problemas de algunos coloquios, de larga tradición en la teoría de foliaciones, deja entrever el pasado, el presente y el futuro de las foliaciones. Si se tiene en cuenta que muchos de los problemas planteados en los primeros coloquios siguen abiertos, no es sorprendente que pasado, presente y futuro vayan juntos.

El artículo *Differentiable Dynamical Systems* [Bull. Amer. Math. Soc., 73 (1967), 747-817] de S. Smale es un magnífico precedente de toda una serie de artículos donde se recogen a un tiempo los logros y los retos fundamentales de la teoría de foliaciones. El trabajo de H. B. Lawson [*The Quantitative Theory of Foliations*, Reg. Conf. Series in Math. 27, A.M.S., 1977] ha sido durante mucho tiempo una referencia fundamental para entender los progresos de la teoría de foliaciones hasta 1975. Otra referencia importante es el libro *Topology of Foliations* de I. Tamura [Trans. Math. Monographs 97, A.M.S., 1992]. En *Foliations* [J. Soviet Math., 18 (1982), 255-291], D.B. Fuks repasa los trabajos en teoría de foliaciones (revisados en la revista RZMatematika) durante los años 1970 a 1979. Un excelente complemento de estos trabajos es el artículo *Naissance des feuilletages, d'Ehresmann-Reeb à Novikov*, donde Haefliger explica el desarrollo de la teoría de foliaciones desde 1942 hasta 1970.

En cuanto a las sesiones de problemas en reuniones científicas, destacamos, los dos artículos *Problems in Foliations and Laminations*, recopiladas por D. Gabai, [Stud. Adv. Math. 2.2, A.M.S, 1997, 1-33] y *Foliation Geometry/Topology Problem Set*, en la página web **http://www.foliations.org/** actualizada por S. Hurder**.**

En la línea de la mejor tradición, el excelente trabajo de E. Ghys sobre el invariante de Godbillon-Vey [Astérisque 177-178 (1989), 155-181] ofrece, además de una descripción de los trabajos nunca publicados de G. Duminy, fiel a la letra y al espíritu de su autor, un estupendo recorrido por la evolución de la teoría de foliaciones desde 1971, fecha en la que C. Godbillon y J. Vey descubren su célebre invariante, hasta hoy, quince años después de ser publicado. No merece la pena intentar resumir lo que Ghys expone de manera inmejorable, sino sólo reseñar que su visión del trabajo de una larga lista de autores (J. Cantwell, L. Conlon, A. Connes, G. Duminy, E. Ghys, J. Heitsch, S. Hurder, A. Katok, S. Morita, R. Moussu, F. Pelletier, R. Roussarie, W. Thurston, T. Tsuboi) se orienta a dar una interpretación del invariante de Godbillon-Vey "*in the spirit of dynamical systems*" como reclamaba D. Sullivan en el coloquio de Río de Janeiro de 1976. El trabajo de A. Connes sobre la relación del invariante de Godbillon-Vey con el flujo de pesos del álgebra de Von Neumann asociada a una foliación y el posterior de E. Ghys, R. Langevin y P. Walczak sobre la entropía geométrica han supuesto avances importantes en esa dirección, aunque probablemente haga falta una buena noción de entropía medible para darles continuidad.

La historia del invariante de Godbillon-Vey ilustra bien la transformación de la teoría de foliaciones en los últimos 30 años y la vuelta a los orígenes referida al principio. Antes de 1971, las foliaciones se veían como estructuras fibradas generalizadas sobre variedades y su estudio no se consideraba un área de la topología, sino que se relacionaba con la teoría de ecuaciones diferenciales. Pero pronto el invariante de Godbillon-Vey proporcionó un nexo entre la geometría, la topología y la teoría de sistemas dinámicos, ampliado después a la teoría ergódica y la geometría no conmutativa.

Lo dicho antes permite dibujar el futuro de las foliaciones como un área multidisciplinar, básicamente indistinguible de la teoría de sistemas dinámicos, que requerirá la aplicación de técnicas muy variadas: geométricas, topológicas, analíticas, probabilísticas,… Esto no significa que pierdan interés problemas clásicos como determinar la influencia de la topología ambiente sobre la topología y la dinámica transversa de las hojas, sino que la perspectiva global es diferente, debido en buena medida a la supresión de importantes restricciones de las variedades foliadas clásicas, favoreciendo la convergencia con los sistemas dinámicos. En este sentido, el futuro de las foliaciones podría articularse en cuatro grandes líneas:

1) Supresión de la regularidad, es decir, estudio de foliaciones singulares.
2) Supresión de la diferenciabilidad transversa, sustituyendo las variedades foliadas por espacios topológicos o borelianos laminados, y tangente sustituyéndolas por relaciones de equivalencia o pseudogrupos, topológicos o medibles, dotados de estructuras simpliciales.
3) Supresión de la totalidad, es decir, estudio de propiedades genéricas en sentido topológico o medible.
4) Supresión de la conmutatividad, es decir, estudio de la geometría no conmutativa de A. Connes a partir de la sustitución de los espacios foliados por C*-álgebras, vía la desingularización de los espacios de hojas, y la traducción analítica de las propiedades topológicas, geométricas o dinámicas.

Desde esta perspectiva, la teoría de foliaciones está llamada a jugar un papel fundamental en la comprensión cualitativa del mundo físico (cosmología y física del estado sólido) y biológico (biología molecular, genómica y evolución). Hoy por hoy es un tema en pleno desarrollo que cada vez interviene en más campos de la ciencia.

En la actualidad, hay equipos trabajando en todas las líneas arriba citadas y puede considerarse que nuestro país ha alcanzado un buen nivel en el área.

Listado de investigadores principales de líneas de investigación de invariantes, laminaciones y foliaciones incluidas en proyectos nacionales vigentes en 2003

- Alcalde Cuesta, Fernando

Laminaciones definidas por grafos y mosaicos
(Dinámica topológica, teoría ergódica y geometría no conmutativa de laminaciones y sistemas dinámicos I. IP Alcalde Cuesta, Fernando)
Universidad de Santiago de Compostela

- Alcalde Cuesta, Fernando

Foliaciones y relaciones de equivalencia mediables
(Dinámica topológica, teoría ergódica y geometría no conmutativa de laminaciones y sistemas dinámicos I. IP Alcalde Cuesta, Fernando)
Universidad de Santiago de Compostela

- Álvarez López, Jesús Antonio

Análisis global de foliaciones
(Análisis global, geometría y cohomología de foliaciones. IP Álvarez López, Jesús Antonio)
Universidad de Santiago de Compostela

- Álvarez López, Jesús Antonio

Geometría y cohomología de foliaciones
(Análisis global, geometría y cohomología de foliaciones IP Álvarez López, Jesús Antonio)
Universidad de Santiago de Compostela

- Macías Virgós, Enrique

LS categoría de foliaciones
(Nuevas técnicas para el cálculo de la categoría de Lusternik-Schnirelmann. IP Macías Virgós, Enrique)
Universidad de Santiago de Compostela

- Saralegi Aranguren, Martintxo

Foliaciones riemannianas singulares
(Dinámica topológica, teoría ergódica y geometría no conmutativa de laminaciones y sistemas dinámicos II. IP Macho Stadler, Marta)
Université d’Artois

Singularidades

Juan José Nuño Ballesteros

Antes de comenzar, quizá sería conveniente explicar un poco qué son las singularidades, ya que este término se utiliza en ocasiones para designar conceptos distintos. En la Mathematics Subject Classification (MSC) de 2000, las singularidades aparecen de una forma fundamental en tres lugares:

- En diversos epígrafes del área de Geometría Algebraica (14-XX).
- Todo el apartado 32S, dentro del área de Varias Variables Complejas (32-XX).
- Por último, todo el apartado 58K, ésta vez bajo el título "Teoría de Singularidades y Teoría de Catástrofes", dentro del área de Análisis Global, Análisis en Variedades (58-XX).

Estos tres apartados delimitan de una forma más o menos completa el conjunto de problemas relacionados con el término singularidades, desde una perspectiva algebraica, analítica o diferencial. En el primer caso, nos encontramos con las singularidades que aparecen al estudiar conjuntos definidos como los ceros de polinomios, en donde se estudian tanto cuestiones de tipo local (por ejemplo, deformaciones de singularidades) como de tipo global (resolución de singularidades). El mayor avance de estas teorías vino de la mano de matemáticos de la talla de Zariski o Hironaka, siendo las técnicas utilizadas de tipo algebraico principalmente.

El segundo apartado tiene un carácter parecido al primero, aunque en este caso se estudian singularidades de conjuntos analíticos, que son aquéllos definidos por los ceros de funciones analíticas de varias variables complejas. Se estudian problemas fundamentalmente de tipo local y las técnicas utilizadas incluyen no sólo herramientas algebraicas o analíticas, sino también de tipo topológico. Así pues, teoremas como el de la fibración de Milnor muestran una profunda y estrecha relación entre el álgebra y la topología. Entre los principales matemáticos que han contribuido a esta parte de la teoría de singularidades podemos citar a Milnor, Zariski, Brieskorn, etc.

Finalmente, la parte más diferencial de las singularidades proviene principalmente del estudio de las singularidades o puntos críticos de aplicaciones diferenciables entre variedades. Basada en los trabajos pioneros de Whitney, se trata principalmente de clasificar puntos críticos de aplicaciones diferenciables por A-equivalencia, es decir, por cambios de variable (difeomorfismos) en el dominio y el codominio de las aplicaciones. Esta noción de equivalencia da lugar a otros conceptos relacionados, como por ejemplo, estabilidad, determinación finita, A-equivalencia topológica, estabilidad topológica, etc. El mayor avance de la teoría se produjo con los trabajos de Thom, y posteriormente de Mather y Arnold. Las técnicas utilizadas incluyen herramientas algebraicas, analíticas y topológicas. La mayoría de resultados en esta área son de tipo local, aunque también encontramos ciertos aspectos globales de la teoría de singularidades, las cuales utilizan de una forma mucho más acentuada las técnicas topológicas.

No obstante, esta separación resulta muchas veces confusa, especialmente entre la parte algebraica y la analítica o entre la parte analítica y la diferencial. Además, recientemente han aparecido otros grupos de trabajo en temas transversales relacionados principalmente con los aspectos computacionales de las singularidades.

En la actualidad, podemos destacar a nivel mundial los siguientes grupos de trabajo en singularidades:

Universidad de Liverpool (Inglaterra). Este es quizá uno de los principales grupos de referencia en el área, liderado inicialmente por C.T.C. Wall y más recientemente por J.W. Bruce. Sus líneas de investigación más recientes tratan sobre el problema de la clasificación y la geometría de las singularidades de aplicaciones, aunque también encontramos trabajos sobre la monodromía y la topología de familias, singularidades de ecuaciones diferenciales binarias, así como aplicaciones de las singularidades a la geometría diferencial, la robótica o la visión computacional. En la década de los 90 fue el centro de coordinación de la European Singularity Network, un proyecto financiado por fondos de la Unión Europea y que aglutinó a un gran número de universidades de distintos países. Gracias a este proyecto se financiaron numerosos encuentros de gran relevancia. También se creo una página web mantenida por A. du Plessis desde Dinamarca con información relativa a las singularidades (investigadores, servicio de preprints, eventos, etc.). El proyecto finalizó a principios de 2000 y la web ha quedado sin actualizar desde entonces.

El seminario de V.I. Arnold en las universidades de Moscú y París IX. Este es también uno de los seminarios clásicos en singularidades que comienza en 1960 en Moscú y a partir de 1993 tiene una rama parisina en el Jussieu Mathematical Institute. Los trabajos de Arnold y sus colaboradores incluyen resultados en prácticamente todos los temas de singularidades, especialmente en la parte analítica y diferencial. Son de destacar también las recientes aportaciones de V.A. Vassiliev, en las cuales se hace uso de técnicas de singularidades al estudio de invariantes topológicos en determinadas situaciones (como por ejemplo la teoría de nudos).

Otro punto de referencia en París VII es el seminario de singularidades dirigido por B. Teissier. Principalmente las líneas de investigación son sobre geometría algebraica y sobre singularidades complejas e incluyen temas como equisingularidad, invariantes analíticos y topológicos, multiplicidades, conjuntos estratificados, etc. Otro investigador remarcable relacionado con este grupo (aunque en la actualidad se encuentra en Trieste) es Lê Dung Tráng. Además, en el resto de Francia existen muchos otros grupos también importantes como son los de Marsella, Niza, Burdeos, Grenoble o Toulouse.

Otro grupo significativo es el de la Universidad de Kaiserslautern (Alemania), especializado en álgebra computacional y liderado por G.M. Greuel. Son los responsables del desarrollo de un potente paquete de cálculo simbólico denominado Singular, el cual permite realizar cálculos con polinomios con especial énfasis en las necesidades del álgebra conmutativa, la geometría algebraica y la teoría de singularidades. En el resto de Alemania encontramos otros grupos importantes de singularidades, de entre los cuales podemos destacar el de la Universidad de Bonn (encabezado por E. Brieskorn) o la Universidad de Hannover (con W. Ebeling).

Por lo que respecta al resto de Europa, en la Universidad Católica de Lovaina (Bélgica), encontramos un grupo liderado por J. Denef, cuyas investigaciones son de una naturaleza más algebraica y tratan temas como resolución de singularidades, funciones zeta topológica y motívica, monodromía o espectros de Hodge. También podemos destacar un grupo importante en la Universidad de Utrecht (Holanda), con D. Siersma, que trabaja en singularidades complejas y en aplicaciones a geometría computacional. Otros grupos relevantes los encontramos en Dinamarca, Polonia o Hungría.

En Estados Unidos, los investigadores en singularidades se encuentran más dispersos y por tanto, los grupos son más reducidos (aunque no por ello menos relevantes). Así pues, podemos citar el grupo de A. Libgober en la Universidad de Illinois en Chicago, que trabaja principalmente en la topología de las variedades algebraicas. El grupo de la Universidad de North Carolina en Chapell Hill, con J. Damon, trabaja en singularidades de aplicaciones diferenciables y holomorfas además de aplicaciones a la visión computacional. Otro equipo destacable es el de T. Gaffney en Boston en la Northeastern University también especializado en singularidades reales y complejas de aplicaciones. Otro grupo significativo es el de S. Abhyankar en Purdue.

En Japón, en la Universidad Metropolitana de Tokio tenemos el seminario de singularidades de M. Oka. Las líneas de investigación de este grupo tratan principalmente sobre singularidades de las hipersuperficies complejas y sus propiedades topológicas, grupo fundamental, monodromía, etc. También en Japón, podemos destacar otro grupo de singularidades en la Universidad de Hokkaido en Sapporo, que trabaja principalmente en singularidades de aplicaciones diferenciables con aplicaciones a geometría diferencial, geometría simpléctica o ecuaciones diferenciales. El grupo está liderado por S. Izumiya. En

1997 se creó la Japanese Singularity Network, una red temática en singularidades coordinada desde esta universidad.

Por último, también hay que mencionar el grupo de singularidades de la Universidad de Sao Paulo en Sao Carlos (Brasil). El equipo está dirigido por M.A.S. Ruas y las líneas de investigación incluyen temas de singularidades de aplicaciones diferenciales y holomorfas, con aplicaciones también a geometría diferencial y al estudio de ecuaciones diferenciales implícitas. Este grupo organiza desde 1990 un workshop bianual que ya se ha convertido en un clásico punto de encuentro de los singularistas de todo el mundo.

Dentro de España, encontramos un grupo bastante significativo de singularidades en la Universidad de Valladolid, con un enfoque más algebraico. Sus líneas de investigación más recientes están relacionadas con el estudio de arcos, valoraciones y aspectos combinatorios de las singularidades. También en esta misma universidad existe otro grupo dedicado al estudio de singularidades de foliaciones complejas, el cual está relacionado con el grupo de la Universidad Autónoma de Madrid.

Otro grupo importante de singularidades lo encontramos en la Universidad Complutense de Madrid y la Universidad de Zaragoza. Las líneas de investigación de este grupo están relacionadas con las singularidades de las hipersuperficies complejas, con especial énfasis en las propiedades topológicas, monodromía de trenzas, grupo fundamental, así como en el estudio de arcos, integración motívica y funciones zeta. Este grupo, junto con el de Valladolid, fueron los encargados de coordinar el nodo español de la European Singularity Network.

En la Universitat de Barcelona existe un grupo relacionado con singularidades, también con un enfoque bastante algebraico, dirigido principalmente al estudio de métodos cohomológicos de las variedades algebraicas. En esta misma universidad hay otro grupo de investigación sobre teoría de curvas polares, transformaciones de Cremona y espacios de moduli de curvas.

El grupo de singularidades de la Universidad de Sevilla tiene también un carácter fundamentalmente algebraico y sus líneas de investigación incluyen principalmente temas como cohomología de variedades algebraicas y D-módulos.

Finalmente, encontramos otro grupo de singularidades en la Universidad de Valencia. Las líneas de investigación se encuadran en las singularidades de aplicaciones diferenciales, estudio de invariantes analíticos y topológicos, aplicaciones a la geometría diferencial, así como aspectos globales de las singularidades. También en Valencia hay un grupo de sistemas dinámicos con un claro carácter topológico en el cual se estudian enlaces de órbitas periódicas de sistemas Morse-Smale y sistemas hamiltonianos.

En conclusión, podemos afirmar que el nivel de las singularidades en España es bastante bueno, con una participación importante de nuestros investigadores a nivel mundial, en lo que se refiere a congresos o publicaciones, y con conexiones con los principales grupos de investigación. No obstante, observamos que la mayoría de grupos españoles tiene un carácter algebraico, probablemente debido a la influencia de la escuela francesa. Así pues, la parte diferencial es la que menos representada está en nuestro país. También se echa en falta alguna línea de investigación sobre las recientes aplicaciones de las singularidades a otros campos, como la visión computacional, o bien en los aspectos más computacionales de las singularidades.

Listado de investigadores principales de líneas de investigación de singularidades relacionadas con la topología incluídas en proyectos nacionales vigentes en 2003

- Artal Bartolo, Enrique

  Topología de variedades algebraicas, configuraciones de hiperplanos y singularidades

  (Invariantes aritméticos y geométricos de singularidades y sus aplicaciones. IP Artal Bartolo, Enrique)

  Universidad de Zaragoza

- Guillén Santos, Francisco

Filtración por el peso y motivos mixtos
(Motivos mixtos de las variedades algebraicas. IP Guillén Santos, Francisco)
Universitat de Barcelona

- Nuño Ballesteros, Juan José

Invariantes de aplicaciones
(Teoría de singularidades, geometría genérica y morfología. IP Romero Fuster, María del Carmen)
Universitat de València

- Romero Fuster, María del Carmen

Geometría genérica
(Teoría de singularidades, geometría genérica y morfología. IP Romero Fuster, María del Carmen)
Universitat de València

7. Miembros de la RET

Incluimos una relación de investigadores en topología en España o que, estando en el extranjero, forman parte activa de un equipo de investigación español. Salvo error u omisión se han incluido todos aquellos investigadores que trabajan en las líneas de investigación de los proyectos reseñados en el capítulo 2, más todos los participantes en algún Encuentro de Topología que sigan activos en la carrera investigadora y, o bien posean el grado de doctor o estén trabajando ya en un tema de tesis doctoral.

Nombre	Universidad	Dirección electrònica
Aguadé, Jaume	UAB	aguade@mat.uab.es
Alamo, Nieves	UMA	nieves@agt.cie.uma.es
Alcalde, Fernando	USC	alcalde@zmat.usc.es
Alegre, Carmen	UPV	calegre@mat.upv.es
Alonso Morón, Manuel	UCM	MA_Moron@mat.ucm.es
Álvarez, Jesús	USC	jalvalez@usc.es
Amorós, Jaume	UPC	jaume.amoros@upc.es
Ardanza Trevijano, Sergio	UNAV	sardanza@unav.es
Artal, Enrique	UZ	artal@posta.unizar.es
Ayala, Rafael	US	rayala@us.es
Barja, Miguel A.	UPC	Miguel.Angel.Barja@upc.es
Bastardas, Gemma	UAB	gemmab@mat.uab.es
Berciano, Ainhoa	EHU	mepbeala@lg.ehu.es
Bermúdez, Miguel A.	U. Lyon 1	bermudez@desargues.univ-lyon1.fr
Bivià, Carles	UPV	cbivia@mat.upv.es
Blasco, Nieves	EHU	blasco@ruca.ua.ac.be
Borobia, Alberto	UNED	aborobia@mat.uned.es
Broto, Carles	UAB	broto@mat.uab.es
Bruguera, Montserrat	UPC	m.montserrat.bruguera@upc.es
Buijs, Urtzi	UMA	urtzibuijs@mixmail.com
Bujalance, Emilio	UNED	eb@mat.uned.es
Bujalance, José A.	UNED	jbujalan@mat.uned.es
Bullejos, Manuel	UGR	bullejos@ugr.es
Campos, Beatriz	UJI	campos@mat.uji.es
Cañadas, M. Angustias	UMA	pinedo@uma.es
Cárdenas, Manuel E.	US	mcard@us.es
Carmona, Jorge	UCM	jcarmona@sip.ucm.es
Carrasco, Pilar	UGR	mcarrasc@ugr.es
Casacuberta, Carles	UB	carles.casacuberta@ub.edu
Cassou-Noguès, Pierrette	U.Bordeaux I	Pierrette.Cassou-Nogues@math.u-bordeaux.fr
Castellana, Natàlia	UAB	natalia@mat.uab.es
Castellet, Manuel	CRM-UAB	mcastellet@crm.es
Cervera, Vicente	UJI	cervera@mat.uji.es
Chasco, M. Jesús	UNAV	mjchasco@unav.es
Chávez, M. Josefa	US	mjchavez@us.es
Chinea, Domingo	ULL	dchinea@ull.es
Chiralt, Cristina	UJI	chiralt@mat.uji.es
Cillero, Elena	UCM	ecillero@mat.ucm.es

Cirre, F. Javier	UNED	jcirre@mat.uned.es
Cogolludo, José I.	UZ	jicogo@posta.unizar.es
Contreras, Lucía	UAM	lumat@ccuam3.sdi.uam.es
Cordero, Alicia	UPV	acordero@mat.upv.es
Costa, Antonio F.	UNED	acosta@mat.uned.es
Costoya, Cristina	EPFLausanne	cristina.costoya@epfl.ch
Crespo, Juan A.	UAB	JuanAlfonso.Crespo@uab.es
Cuchillo, Eduardo	UPM	eci@montes.upm.es
de Prada, M. Ángeles	EHU	mtpprvia@lg.ehu.es
del Río, Aurora	UGR	adelrio@ugr.es
Díaz, Antonio	UMA	adiaz@agt.cie.uma.es
Díaz, Francisco J.	ULL	fradiaz@ull.es
Díaz, Raquel	UCM	radiaz@mat.ucm.es
Dicks, Warren	UAB	dicks@mat.uab.es
Didak, Jerzy	U.Tennessee	dydak@math.utk.edu
Domínguez, Javier	UDC	dominguez@iccp.udc.es
Elvira, Carmen	UZ	celvira@posta.unizar.es
Escario, Mario	ULR	mario.escario@dmc.unirioja.es
Español, Luis	ULR	luis.espanol@dmc.unirioja.es
Estévez, José Luis	UNED	jestevez@mat.uned.es
Estrada, Beatriz	UNED	bestra@mat.uned.es
Etayo, Fernando	UCAN	etayof@matesco.unican.es
Extremiana, José I.	ULR	jextremi@dcm.unirioja.es
Faro, Emilio	UVI	efaro@dma.uvigo.es
Fernández de Bobadilla, Javier	UNED	javier@mat.uned.es
Fernández de Labastida, José M.	USC	labasti@fpaxplusc.es
Fernández, Lucía	U. Do Minho	lfernandez@math.uminho.pt
Fernández, Víctor	UNED	vfernan@mat.uned.es
Flores, Ramón Jesús	UAB	ramonj@mat.uab.es
Francés, Ángel R.	UZ	afrances@unizar.es
Fuertes, Yolanda	UAM	yolanda.fuertes@uam.es
Funez, Manuel	UCLM	mfunez@inf-cr.uclm.es
Galindo, Jorge	UJI	jgalindo@mat.uji.es
Gálvez, Immaculada	London Metr.U	galvezii@unl.ac.uk
García, Francisco	UAL	farenas@ual.es
García, Jesús	UGR	jesusgm@goliat.ugr.es
García, José Manuel	ULL	jmgarcal@ull.es
García, LLuís Miquel	UPV	lmgarcia@mat.upv.es
García, Miguel Ángel	UJaén	magarcia@ujaen.es
Garijo, Ignacio	UNED	igarijo@mat.uned.es
Garrido, Ángel	UNED	agarrido@mat.uned.es
Garrido, M. Isabel	UEx	igarrido@unex.es
Garvín, Antonio	UMA	garvin@uma.es
Giraldo, Antonio	UPM	agiraldo@fi.upm.es
Girondo, Ernesto	UAM	ernesto.girondo@uam.es
Gómez-Tato, Antonio	USC	agtato@usc.es
Gómez, Francisco	UMA	gomez_ruiz@uma.es
González, Antonia	UPM	agonzalez@fi.upm.es
González, Manuel F.	USC	xtlazaro@usc.es
González, Gabino	UAM	gabino.gonzalez@uam.es
Gregori, Valentín	UPV	vgregori@mat.upv.es
Guillén, Francisco	UB	guillen@mat.ub.es
Gutiérrez, Javier J.	UB	jgutierr@mat.ubb.es
Gutiérrez, Javier	EHU	mtpgugaj@lg.ehu.es

Gutiérrez, Manuel	UMA	mgl@agt.cie.uma.es
Hernández, Luis J.	ULR	luis-javier.hernandez@dmc.unirioja
Hernández, Salvador	UJI	hernande@mat.uji.es
Ibort, Alberto	UCIII	albertoi@math.uc3m.es
Izquierdo, Milagros	U.Mälardalen	miizq@mai.liu.se
Lasheras, Francisco F.	US	lasheras@us.es
Lechuga, Luis	UMA	luislp@us.es
Llerena, Irene	UB	illerena@ub.edu
López, Juan	UAL	jtlopez@ual.es
Lozano, Álvaro	EHU	mtbloroa@lg.ehu.es
Lozano, M. Teresa	UZ	tlozano@posta.unizar.es
Luengo, Ignacio	UCM	iluengo@mat.ucm.es
Macho Stadler, Marta	EHU	mtpmastm@lg.ehu.es
Macías, Enrique	USC	macias@zmat.usc.es
Majadas, Javier	USC	jmajadas@zmat.usc.es
Marco, Miguel Á.	UZ	mmarco@unizar.es
Mardones, Iraide	EHU	mtpmapei@lg.ehu.es
Margalef, Juan	CSIC	margalef@imaff.cfmac.csic.es
Marín, Josefa	UPV	jomarinm@mat.upv.es
Martín, Elena	UCM	Elena_Martin@mat.ucm.es
Martínez Cegarra, Antonio	UGR	acegarra@ugr.es
Martínez, David	UV	David.Martinez@uv.es
Martínez, Ernesto	UNED	emartinez@mat.uned.es
Martínez, Jordi	UB	jordim@mat.ub.es
Martínez, José A.	UV	martinja@uv.es
Martínez Moreno, Juan	UJA	jmmoreno@ujaen.es
Masa, Xose	USC	xmasa@zmat.usc.es
Matijevic, Vlasta	ULR	vlasta@pmfst.hr
Melle, Alejandro	UCM	amelle@mat.ucm.es
Mínguez, M. Carmen	ULR	carmen.minguez@dmc.unirioja.es
Montesinos, Ángel	UV	angel.montesinos@uv.es
Montesinos, José M.	UCM	montesin@mat.ucm.es
Morales, M. Dolores	UAB	lolamr@mat.uab.es
Muñoz, Vicente	CSIC	vicente.munoz@imaff.cfmac.csic.es
Murillo, Aniceto	UMA	aniceto@agt.cie.uma.es
Muro, Fernando	US	fmuro@us.es
Navarro, José L.	UZ	jlnava@posta.unizar.es
Navarro, Vicente	UB	vnavarro@mat.ub.es
Nuñez, Juana	UCM	juanin@eucmos.sim.ucm.es
Nuño, Juan J.	UV	Juan.Nuno@uv.es
Oltra, Sandra	UPV	soltra@mat.upv.es
Orden, David	UCAN	ordend@matesco.unican.es
Pascual, Pere	UPC	pere.pascual@upc.es
Pérez, M. Trinidad	USC	trinipl@usc.es
Piñero, M. Teresa	UJI	al023376@alumail.uji.es
Porti, Joan	UAB	porti@mat.uab.es
Porto, Ana M.	UNED	asilva@mat.uned.es
Presas, Francisco	CSIC	francisco.presas@imaff.cfmac.csic.es
Quintero, Antonio	US	quintero@us.es
Real, Pedro	US	real@us.es
Remedios, Josué	ULL	jremed@ull.es
Rivas, M. Teresa	ULR	maria-teresa.rivas@dmc.unirioja.es
Rodríguez Garzón, A.	UGR	agarzon@goliat.ugr.es
Rodríguez López, Jesús	UPV	jrlopez@mat.upv.es

Rodríguez, José L.	UAL	jlrodri@ual.es
Rodríguez Sanjurjo, José M.	UCM	Jose_Sanjurjo@mat.ucm.es
Rodríguez, Miguel Anxo	USC	haanxo@usc.es
Roig, Agustí	UPC	roig@ma1.upc.es
Romaguera, Salvador	UPV	sromague@mat.upv.es
Romero, Carmen	UV	carmen.romero@uv.es
Romero Ruiz del Portal, Francisco	UCM	R_Portal@mat.ucm.es
Royo, José I.	USC	mtproprj@le.ehu.es
Ruiz, Albert	UAB	albert@mat.uab.es
Ruiz, Rosendo	UAL	rruiz@ual.es
Sabariego, Pilar	UCAN	sabariegop@unican.es
Salanova, Amparo	ULR	masalano@dmc.unirioja.es
Salazar, José M.	UAH	josem.salazar@uah.es
Sanabria, Esther	UPV	esanabri@mat.upv.es
Sánchez, Enrique	UPV	easancpe@mat.upv.es
Sánchez, Miguel A.	UAL	misanche@ual.es
Sanchis, Manuel	UJI	sanchis@mat.uji.es
Sanmartín, Esperanza	UVI	esanmart@uvigo.es
Santos, Francisco	UCAN	santosf@unican.es
Sapena, Almanzor	UPV	alsapie@mat.upv.es
Saralegi, Martintxo	U.d´Artois	saralegi@euler.univ-artois.fr
Saumell, Laia	UAB	laia@mat.uab.es
Scherer, Jérôme	UAB	jscherer@mat.uab.es
Sivera, Rafael	UV	Rafael.Sivera@uv.es
Sotelo, Antonio	USC	asoteloa@usc.es
Tarieladze, Vaja	Tbilisi	
Tarrés, Juan	UCM	Juan_Tarres@mat.ucm.es
Tonks, Andy	London Metr. U.	tonks@mat.uab.es
Turiel, Francisco J.	UMA	turiel@ccuma.sci.uma.es
Valero, Oscar	UIB	o.valero@uib.es
Ventura, Enric	UPC	enric.ventura@upc.es
Vidal, Antonio	ULL	avidal@ull.es
Vindel, Pura	UJI	vindel@mat.uji.es
Viruel, Antonio	UMA	viruel@agt.cie.uma.es
Viviente, José L.	UZ	jlviviente@unizar.es